

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
Филиал Сибирского федерального университета

Педагогика и психологии
факультет
Высшей математики и информатики
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
44.03.02 Психолого - педагогическое образование
44.03.02.03 Психология и педагогика начального образования

ЗАДАЧИ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ
тема

Руководитель



подпись

Е.Н. Яковлева
инициалы, фамилия

Выпускник



подпись

А.А.Реброва
инициалы, фамилия

Лесосибирск 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
Филиал Сибирского федерального университета**

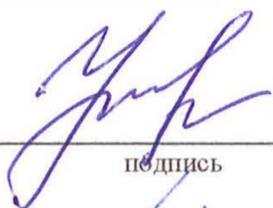
Педагогики и психологии
факультет
Высшей математики и информатики
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ЗАДАЧИ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ
тема

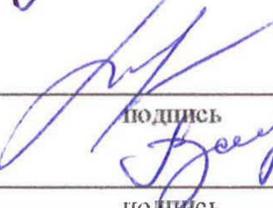
Работа защищена «23» июня 2016 г. с оценкой «удовл.»

Председатель ГЭК


_____ подпись

И.О. Логинова
инициалы, фамилия

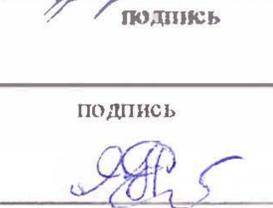
Члены ГЭК


_____ подпись

И.А. Славкина
инициалы, фамилия


_____ подпись

Т.В. Захарова
инициалы, фамилия


_____ подпись

Л.И. Ермушева
инициалы, фамилия


_____ подпись

Е.Н. Сидорова
инициалы, фамилия


_____ подпись

Н.П. Кириченко
инициалы, фамилия

Руководитель


_____ подпись

Е.Н. Яковлева
инициалы, фамилия

Выпускник


_____ подпись

А.А. Реброва
инициалы, фамилия

РЕФЕРАТ

Выпускная классификационная работа по теме « Задачи на клетчатой бумаге в начальной школе» содержит 71 страницу текстового документа, две главы: Типы задач на клетчатой бумаге и методика их использования в курсе математики начальной школы; Программа математического кружка по теме «Занимательные задачи и игры на клетчатой бумаге», 86 иллюстраций с заданиями, 44 использованных источника литературы

ЗАДАЧИ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК. ПРОСТРАНСТВЕННО – ОРИЕНТАЦИОННЫЕ УПРАЖНЕНИЯ. ЗАДАЧИ НА ВЫЧЕРЧИВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР. ЗАДАЧИ НА ИЗМЕРЕНИЕ И ВЫЧИСЛЕНИЕ.

Целью выпускной квалификационной работы является систематизация различных типов задач на клетчатой бумаге.

Объект исследования – процесс обучения математике учащихся начальных классов

Предмет – задачи на клетчатой бумаге.

Новизна исследования состоит в классификации задач на клетчатой бумаге используемых в начальной школе.

Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе начальной школы для проведения уроков и организации внеурочной деятельности младших школьников по математике в условиях реализации ФГОС НОО.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1 Типы задач на клетчатой бумаге и методика их использования в курсе математики начальной школы.....	
1.1 Краткий обзор различных систем обучения математике и анализ задач на клетчатой бумаге, представленных в них.....	8
1.2 Геометрические задачи на клетчатой бумаге	
1.2.1 Пространственно-ориентационные упражнения.....	19
1.2.2 Задачи на вычерчивание и построение геометрических фигур.....	24
1.2.3 Задачи на измерение и вычисление	32
1.3 Применение клетчатой бумаги к решению арифметических задач..	37
2 Программа математического кружка по теме «Занимательные задачи и игры на клетчатой бумаге».....	
2.1 Пояснительная записка	47
2.2 Содержание занятий.....	49
Заключение.....	65
Список использованных источников.....	67

ВВЕДЕНИЕ

С бумагой в клетку младшие школьники знакомятся с первых дней изучения математики не только благодаря тетрадам в клеточку: в каждом учебнике можно встретить задачи на клетчатой бумаге. Наличие на бумаге квадратной сетки очень удобно для занятий геометрией: это прежде всего задачи, связанные с рисованием на клетчатой бумаге и нахождением площадей фигур; при проведении различного рода дополнительных занятий чаще всего используют задачи на разрезание. Клетчатая бумага также используется при решении ряда вопросов арифметики: введение долей, обыкновенных дробей, многозначных чисел. Однако класс задач, рассматриваемых на клетчатой бумаге намного шире и разнообразнее, и вопрос не об эпизодическом, а систематическом решении задач на клетчатой бумаге, на наш взгляд, не был до конца исследован.

При этом чёткой классификации и структурирования задач на клетчатой бумаге по методам и способам решения нет. Возможно, это отчасти связано с тем, что большинство таких задач считается «занимательными». Для многих задач на бумаге в клетку нет общего правила решения, конкретных способов и приёмов. Это свойство и обуславливает их ценность для развития не конкретного учебного умения или навыка, а вообще умения думать, размышлять, анализировать, искать аналогии, т.е. для развития мышления.

Целью выпускной квалификационной работы является систематизация различных типов задач на клетчатой бумаге.

Объект исследования – процесс обучения математике учащихся начальных классов,

Предмет – задачи на клетчатой бумаге.

Для достижения поставленной цели предусматривается решение следующих задач:

- проанализировать виды задач на клетчатой бумаге, представленные в школьных учебниках различных систем обучения математике начальной школы;
- классифицировать задачи на клетчатой бумаге;
- осуществить подборку задач на клетчатой бумаге из различных источников, которые можно использовать на уроках математики и во внеурочной деятельности в начальной школе;
- разработать программу математического кружка по теме «Занимательные задачи и игры на клетчатой бумаге».

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследования: изучение и анализ учебно-методической литературы по теме исследования; анализ учебных программ, описательный, обобщение.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения списка использованных источников (44 наименования). Изложение материала в первой главе начинается с краткого обзора различных систем обучения математике в начальной школе. Анализ задач на клетчатой бумаге, представленных в школьных учебниках каждой из систем, и других источников позволил выделить основные типы задач на клетчатой бумаге и провести их классификацию. Среди геометрических задач на клетчатой бумаге можно выделить: пространственно-ориентационные упражнения, задачи на вычерчивание и построение геометрических фигур, задачи на измерение и вычисление величин. Далее показано применение клетчатой бумаги к решению арифметических задач. Изложение материала в этих параграфах сопровождается методическими рекомендациями.

Во второй главе представлена программа математического кружка по теме «Занимательные задачи и игры на клетчатой бумаге», включающая пояснительную записку и содержание занятий, на которых предлагается изучить задачи на разрезание и раскраску, игры на клетчатой бумаге и построение магических квадратов.

Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе начальной школы для проведения уроков и организации внеурочной деятельности младших школьников по математике в условиях реализации ФГОС НОО.

Глава 1 ТИПЫ ЗАДАЧ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ И МЕТОДИКА ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

1.1 Краткий обзор различных систем обучения математике и анализ задач на клетчатой бумаге, представленных в них

Использовать клетчатую бумагу в учебном процессе можно по-разному. При просмотре различных учебников по математике для начальной школы, можно заметить, что в каждом из них присутствуют задачи на клетчатой бумаге. Приведем краткий обзор систем обучения математике младших школьников и рассмотрим примеры задач на клетчатой бумаге из учебников, соответствующих каждой из них.

В учебниках по математике программы обучения по системе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова, автор Э.И. Александрова [1,2] предлагает принципиально новую методику обучения математике, основанную на системе развивающего образования и включающую интересные и занимательные упражнения, познавательные игры и задачи. В основу учебников положена разработанная автором простая методика обучения младших школьников действиям с числами. Своеобразие уроков состоит в том, что наборы операций в его структуре можно менять в зависимости от условий решения конкретной учебной задачи, в также в возможной незавершенности отдельно взятого урока.

Содержание учебников выстроено с учетом требований к образовательным результатам изучения математики в начальной школе – личностным, метапредметным и предметным. В основу учебника положена оригинальная методика обучения математике, основанная на организации деятельности самого ребенка. Эта методика позволяет сформировать у учащихся устойчивый интерес к предмету. Первая часть учебника для 2 класса по структуре не отличается от учебника для первого класса. Во второй части учебника тема «Сложение и вычитание многозначных чисел» представлена в форме математических рассказов от имени детей 3-го класса. Эти рассказы и

содержащиеся в них задания, предназначены для восстановления в памяти детей логики коллективного рассуждения в классе.

Ни одно математическое понятие в учебнике не вводится в готовом виде – автор создает учебные ситуации, помогающие ребенку самому делать те или иные «открытия». У каждого ребенка формируются устойчивые навыки выполнения вычислений разной сложности, развивается логическое мышление и в конечном итоге повышается качество усвоения всех учебных предметов.

Автор предлагает новый подход не только к логике построения курса математики, но и оригинальную и очень эффективную методику введения понятия многозначного числа и действий с ним. Особенно понравится и детям и учителю подход к изучению таблиц сложения однозначных чисел, опирающийся на приемы произвольного запоминания, а новый способ поиска разности чисел в случае перехода через десяток, никого не оставит равнодушным, поскольку позволяет снять традиционные трудности. Именно во 2-ом классе, изучая сложение и вычитание многозначных чисел, учащиеся выявляют основной принцип выполнения любого арифметического действия – подразрядность – и анализируют операционный состав способа выполнения арифметических действий: определения количества цифр (разрядов) в искомом результате действия и нахождение цифры, соответствующей каждому из этих разрядов. Учебник носит рефлексивный характер, позволяя ученику и родителям, при желании, восстановить ход совместных рассуждений детей в классе. У каждого ребенка формируются устойчивые навыки выполнения вычислений разной степени сложности, развивается логическое мышление и, в конечном итоге, повышается качество усвоения всех учебных предметов.

Методика обучения действиям с многозначными числами опирается на использование предметных моделей (плоских геометрических фигур) для обнаружения основного принципа выполнения любого арифметического действия — принципа поразрядности. В учебниках для 2 и 3 классов предлагаются, например, задания вида: измерь площадь фигуры A с помощью

фигуры на сложном чертеже, составлять заданные геометрические фигуры из частей и др.).

С самого начала геометрические фигуры и их элементы используются в качестве объектов счета предметов. После ознакомления с измерением длины отрезка решаются задачи на нахождение суммы и разности двух отрезков, длины ломанной, периметра многоугольника и в том числе прямоугольника (квадрата), а в дальнейшем и площади прямоугольника (квадрата). Нахождение площади прямоугольника (квадрата) связывается с изучением умножения, задача нахождения стороны прямоугольника (квадрата) по его площади – с изучением деления.

Рассмотрим задания на клетчатой бумаге, которые присутствуют в данном учебнике. Наибольшее количество из них являются занимательными и направлены на развитие мелкой моторики (рис. 2).

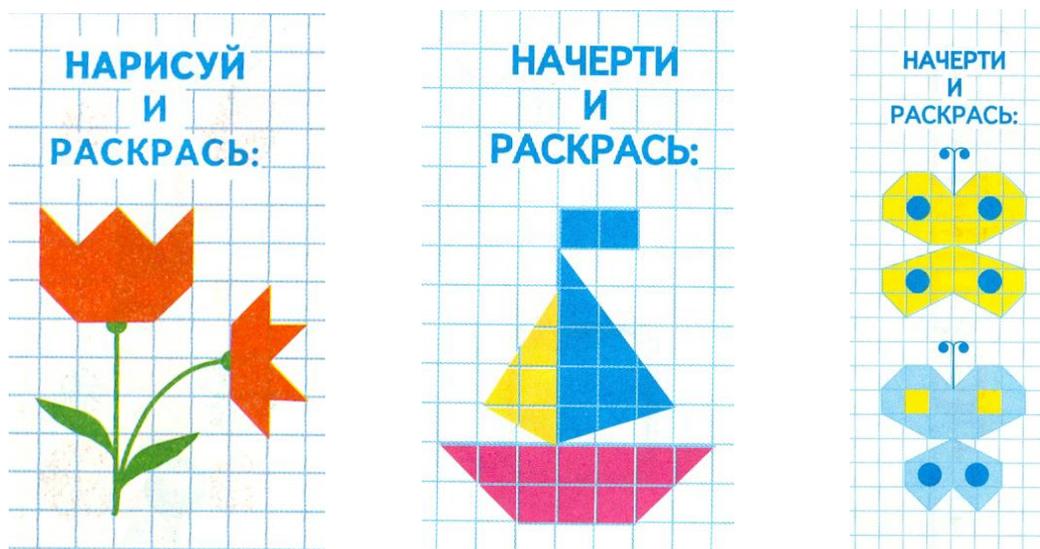


Рис.2

Другая группа задач связана с измерением и сравнением длин отрезков и площадей фигур (рис.3 – 5).

7 Какая фигура занимает больше места на плоскости?

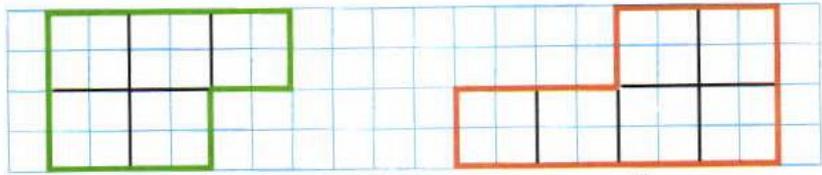


Рис.3 а

8 Начертите такие же фигуры. Закрасьте фигуру, которая занимает больше места на листе.

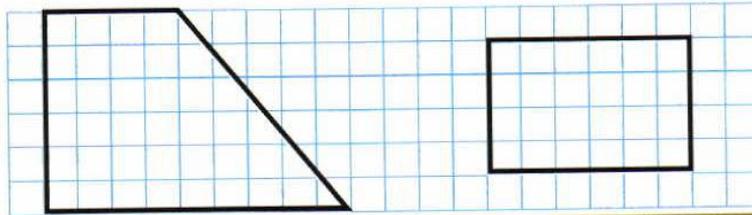


Рис.3 б

6 ● Найдите и начертите фигуры с равными периметрами.

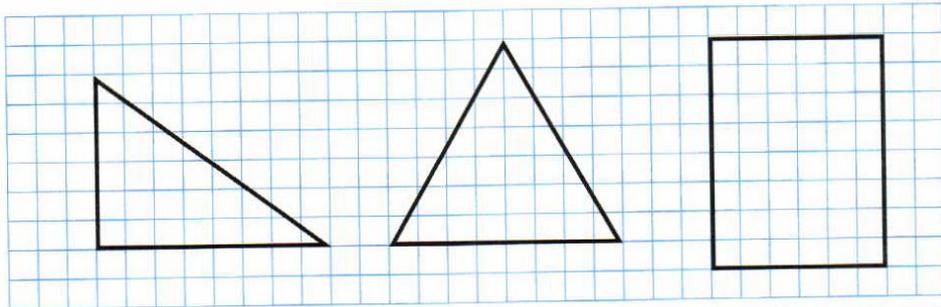


Рис.4

**ЗАДАНИЕ
НА СМЕКАЛКУ**

20

«Чей путь короче?»

ФИНИШ

Рис.5
12

Учебник Л.Г. Петерсона [32] ориентирован на развитие мышления, творческих способностей ребенка, его интереса к математике. Он может быть использован для обучения математике младших школьников по программе 1-4, а также для индивидуальной работы родителей с детьми. Учебник является составной частью непрерывного курса математики «Школа 2000...».

С самых первых уроков 1 класса обучающиеся знакомятся с такими геометрическими фигурами, как квадрат, прямоугольник, треугольник, круг. Разрезание фигур на части и составление новых фигур из полученных частей способствует развитию комбинаторных способностей. Наряду с этим, рассматриваются и более абстрактные понятия: точки, отрезка, ломанной линии, многоугольника.

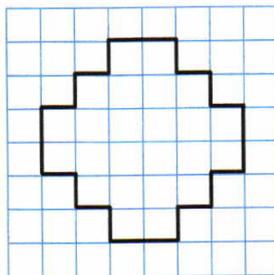
Уже во 2 классе учащиеся решают задачи на вычисление площади поверхности и объема параллелепипеда, которое сопровождается черчением развёрток, склеивание фигур по их развёрткам и т.д. подобные задачи не только развивают пространственные представления и формируют практические навыки, но и служат также средством наглядной интерпретации изучаемых арифметических фактов. Учащиеся знакомятся с кругом и окружностью, учатся строить эти геометрические фигуры с помощью циркуля.

Запас геометрических представлений и навыков, накопленных у детей к 3 классу, позволяет поставить перед ними новую, значительно более глубокую и увлекательную цель: исследование и открытие свойств геометрических фигур.

В 4 классе учащиеся учатся измерять углы с помощью транспортира; знакомятся с развернутыми, смежными и вертикальными углами; исследуют свойства геометрических фигур с помощью измерений.

В учебниках Л.Г. Петерсона [32] также присутствуют задания на клетчатой бумаге, которые в основном связаны со сравнением площадей (рис. 6 – 8), которым предшествуют следующие замечания: «Иногда площади фигур можно сравнить, просто взглянув на них. Это бывает в тех случаях, когда одна фигура явно занимает на плоскости меньше места, чем другая, или одна фигура находится внутри другой. Иногда сравнить фигуры «на глазок» не получается.

8 Начертите по клеточкам такую же фигуру. Проведите две прямые по сторонам клеточек так, чтобы они разбили эту фигуру на четыре равные части.



● Чему равна площадь этой фигуры?

Рис.8

Анализируя программу Н.Б. Истоминой «Гармония», можно выделить, что основная цель методики формирования представлений о геометрических фигурах является выполнение геометрических заданий, требующих активного использования приёмов умственной деятельности и установления соответствия между предметной геометрической моделью и её изображением, что способствует развитию пространственного мышления учащихся.

У учебниках Н.Б. Истоминой [17] встречаются задания на формирование представлений о простейших плоских и объёмных формах, на измерение длин, площадей и объёмов плоских фигур, но также в отличие от традиционной программы встречаются упражнения на установление пространственных отношений. При выполнении геометрических заданий у учащихся формируются навыки работы с линейкой, циркулем, угольником.

В учебниках данной методической системы задания на клетчатой бумаге носят комбинированный характер (рис. 9 – 10), но связаны в основном с нахождением и сравнением величин.

7 * Сравните длины красной и синей ломаной на каждом рисунке.

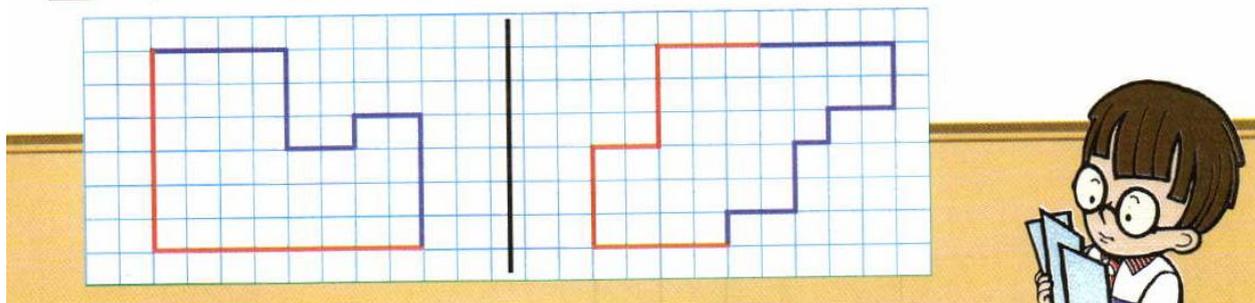


Рис.9

7 Выразите площадь квадрата $ABCD$ в квадратных сантиметрах.

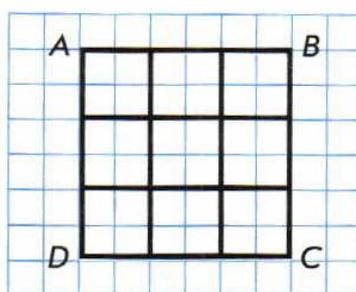
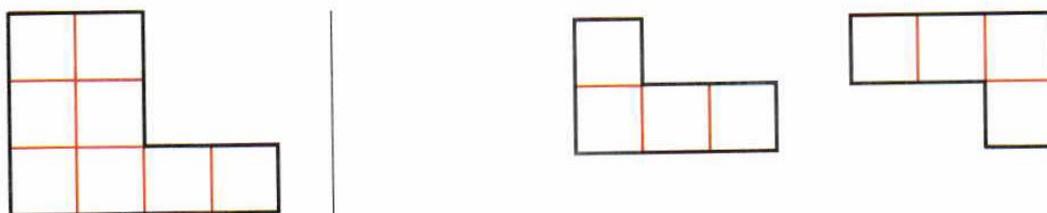


Рис.10

Задачи на клетчатой бумаге дополнены задачами на разрезание (рис. 11–12).

8 Начертите такую же фигуру, как фигура слева. Проведите внутри неё ломаную так, чтобы получились такие фигуры, как справа.



● Можно ли назвать фигуры справа равными?

Рис.11

8 Начертите такой же квадрат, как слева, и проведите внутри него ломаную так, чтобы получились такие же фигуры, как справа.

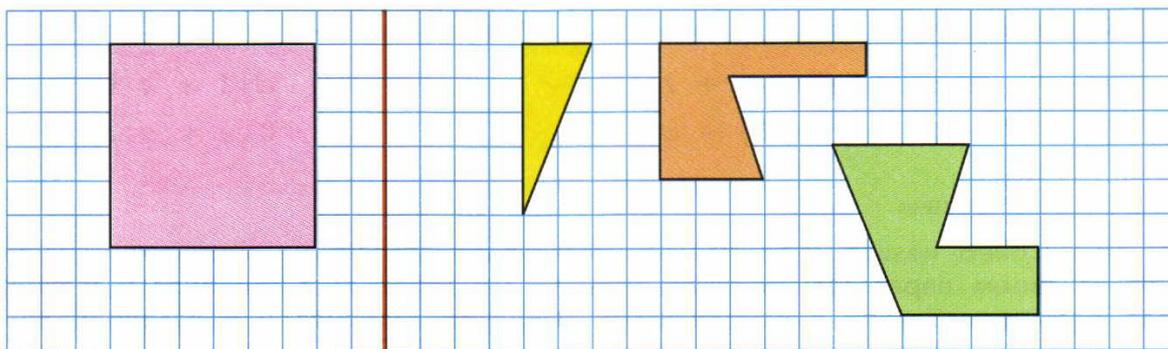


Рис.12

Учебники и рабочие тетради по математике «Математика. 1-4 класс» (авторы В.Н. Рудницкая [33], Кочурова Е.Э. [23]) разработаны на основе Федеральных государственных образовательных стандартов второго поколения, требований к результатам освоения основной общеобразовательной программы начального общего образования и авторской программы «Математика. 1-4 класс» В.Н. Рудницкой системы учебников «Начальная школа XXI века» под ред. Н.Ф. Виноградовой. Учебники содержат теоретические сведения и систему упражнений, предназначенные для формирования у учащихся новых знаний, закрепление ранее изученного материала, задачи и упражнения повышенного уровня трудности, задания занимательного характера, а также некоторые сведения из истории математики.

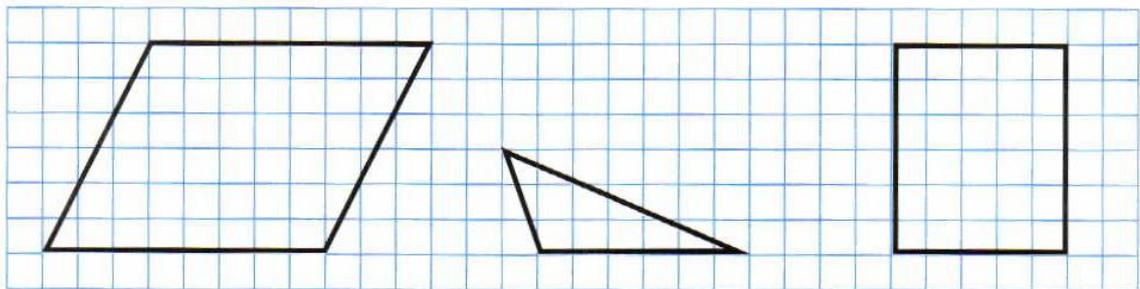
Изучение величин распределено по темам таким образом, что формирование соответствующих умений производится в течение продолжительных интервалов времени.

С первой из величин (длиной) дети начинают знакомиться в 1 классе: они получают первые представления о длинах предметов и о практических способах сравнения длин; вводятся единицы длины – сантиметр и дециметр. Длина предмета измеряется с помощью шкалы обычной ученической линейки. Одновременно дети учатся чертить отрезки заданной длины. Во втором классе

вводится метр, а в третьем – километр и миллиметр и рассматриваются важнейшие соотношения между изученными единицами длины.

Понятие площади фигуры – более сложное. Однако его усвоение удастся существенно облегчить и при этом добиться прочных знаний и умений благодаря организации работы на клетчатой бумаге (рис. 13–14). Идея подхода заключается в том, чтобы научить учащихся, используя практические приёмы, находить площадь фигуры, считая клетки, на которые она разбита. Эти действия связаны с изучением таблицы умножения. Получается двойной выигрыш: дети приобретают необходимый опыт нахождения площади фигуры и в то же время за счёт дополнительной тренировки (пересчитывание клеток) быстрее запоминают таблицу умножения.

6 Начертите по клеточкам фигуры, у которых есть тупые углы.



● Переведите все фигуры на прозрачную бумагу, наложите их друг на друга и найдите фигуру, которая занимает больше всего места на листе (плоскости), меньше всего.

Рис.13

10 Алиса разрезала на две части кусок ткани такой же формы, как на рисунке, и сшила для марсианского богомола квадратный носовой платок.

Начертите по клеточкам такую же фигуру, проведите внутри неё отрезок по линиям клеточек так, чтобы получились две фигуры, из которых можно составить квадрат.

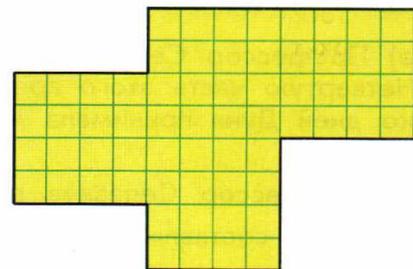


Рис.14

Этот первый этап довольно продолжителен. После того как дети приобретут достаточный практический опыт, начинается второй этап, на

котором вводятся единицы площади: квадратный сантиметр, квадратный дециметр и квадратный метр. Теперь площадь фигуры, найденная практическим путем (например, с помощью палетки), выражается в этих единицах. Наконец, на третьем этапе во 2 классе, т.е. раньше, чем это делается традиционно, вводится правило нахождения площади прямоугольника. Такая методика позволяет добиться хороших результатов: с полным пониманием сути вопроса учащиеся осваивают понятие «площадь», не смешивая его с понятием «периметр», введенным ранее. Таким образом, задания на клетчатой бумаге в данном учебнике используются в основном в задачах, связанных с измерением площадей.

Анализ школьных учебников показал, что задачи на клетчатой бумаге представлены в каждом из них, но фрагментарно; они мало связаны с изучаемым материалом, направлены в основном на формирование практических измерительных навыков (задачи на измерение, вычисление, нахождение и сравнение: длин отрезков, длин ломаных, периметров и площадей фигур), развитие мелкой моторики и внимания (задачи на вычерчивание фигур и раскраску) или носят занимательный характер (задачи на разрезание). Практически не представлены задачи на клетчатой бумаге, направленные на формирование пространственного мышления. Таким образом можно сделать вывод, что высокий развивающий потенциал, заложенный в задачах на клетчатой бумаге, в школьных учебниках не реализуются в полной мере.

1.2 Геометрические задачи на клетчатой бумаге

1.2.1 Пространственно-ориентационные упражнения

С первого класса детям предлагаются пространственно-ориентационные упражнения, в процессе решения которых:

- 1) уточняются житейские представления детей о пространственных отношениях «справа – слева», «выше – ниже», «перед – за», «между».

Одним из эффективных приемов обучения ориентировке в пространстве являются «зрительные» и «слуховые» диктанты на листе бумаги в клетку. Диктанты составляют таким образом, чтобы в результате получился какой-нибудь силуэт. Например: от данной точки ведём линию на 1 клеточку вверх, 1 клеточку вправо, 3 клеточки вверх, 3 клеточки вправо, 2 клеточки вниз, 7 клеточек вправо, 1 – вверх, 1 – вправо, 1 – вверх, 1 – вправо, 2 – вниз, 1 – влево, 4 – вниз, 1 – влево, 2 – вниз, 4 – влево, 1 – вверх, 1 – влево, 1 – вверх, 2 – влево, 1 – вниз, 1 – влево, 1 – вниз, 2 – влево, 1 – вверх, 1 – вправо, 2 – вверх, 1 – влево, 1 – вверх, 3 – влево (рис. 19 а).

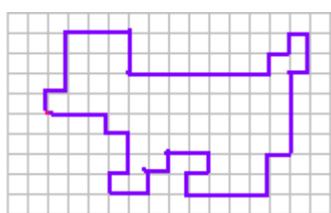
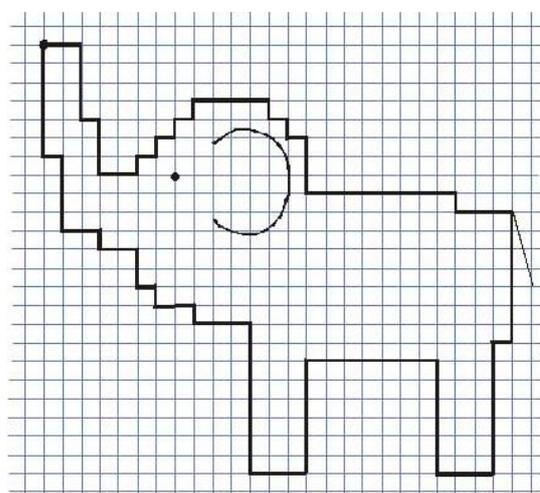


Рис.19 а

В последствии при проведении диктантов можно использовать обозначения (рис. 19 б).



Отступи 1 клетку слева, 2 клетки сверху, ставь точку и начинай рисовать:

2 →	1 ↑	1 →	7 ↓	3 ←	2 ↑
4 ↓	1 →	1 ↓	1 ←	8 ↑	2 ←
1 →	1 ↑	1 →	7 ↓	3 ←	1 ↑
3 ↓	1 →	3 ↓	3 ←	1 ↑	2 ←
2 →	1 ↑	8 →	6 ↑	2 ←	4 ↑
1 ↑	4 →	1 ↓	7 ←	1 ↑	1 ←
1 →	1 ↓	3 →	6 ↓	1 ←	6 ↑

Рис.19 б

С помощью графических диктантов можно составлять различные силуэты насекомых, зверей, птиц. Изображая различные силуэты, ребёнок учится анализировать, сравнивать, сопоставлять, выявлять закономерность (рис.20).

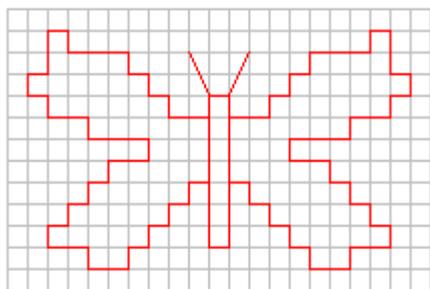


Рис.20 а

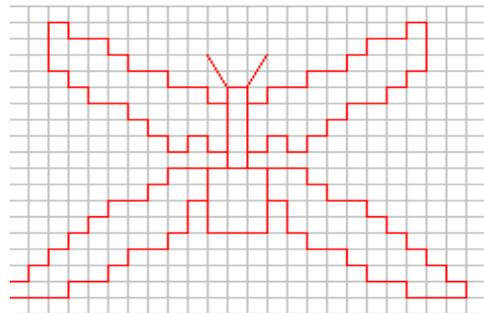


Рис.20 б

В этих заданиях не даётся геометрическая информация в готовом виде, а зарождается и систематизируется в процессе поиска, включающего в себя наблюдение, предметные действия, мысленный эксперимент. Пространственное мышление обеспечивает выявление пространственных свойств и отношений, оперирование ими в процессе решения задач с ориентацией в пространстве.

Графические диктанты давно применяются на уроках в начальной школе для развития руки первоклассника, его мыслительных способностей и воображения, для формирования пространственных представлений и активизации внимания, для закрепления навыков счета.

Беседа по результатам графического диктанта научит учеников выражать словами взаимное расположение предметов (клеток и треугольников) относительно друг друга, что развивает не только пространственное мышление школьников, но и обогащает словарный запас учащихся математической терминологией. Целенаправленные вопросы развивают у детей умение перемещать фигуры на плоскости, что выявляется подготовкой к восприятию школьного курса геометрии, развивает творческие возможности учащихся.

После беседы ученики могут выполнить задания: 1) дорисуйте до конца строки эту же фигуру; 2) представьте, что фигура отразилась в зеркале, и нарисуйте ее; 3) представьте, что фигура отразилась в реке, и нарисуйте ее (в этом случае надо заранее оставить место внизу перед записью примеров); 4) раскрасьте фигуры; 5) раскрасьте только целые клетки в фигурах; 6) раскрасьте только половинки клеток в фигурах; 7) раскрасьте в фигурах целые клетки одним цветом, а половинки клеток – другим.

Ценность таких упражнений несомненна: закрепляются умения ориентироваться на плоскости, уточняются знания о геометрических фигурах и их свойствах; у ребенка развивается целеустремленность, усидчивость, желание выполнить задание без ошибок, т.к. в противном случае не будет результата (рисунок не получится). Кроме того, задания подобного рода являются пропедевтикой изучения координат на плоскости.

1.2.1 Задачи на вычерчивание и построение фигур

В начальной школе одним из видов задач на построение являются задачи на элементарные построения геометрических фигур на клетчатой бумаге без использования чертёжных инструментов [7], которые подразделяются на следующие задачи.

А) Построение фигуры по образцу (рис. 21, 22), например:

1. Начерти по клеточкам такие же фигуры (т.е. выполняется копирование фигуры).

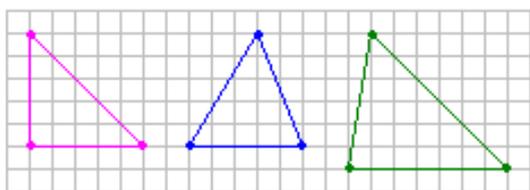


Рис.21 а

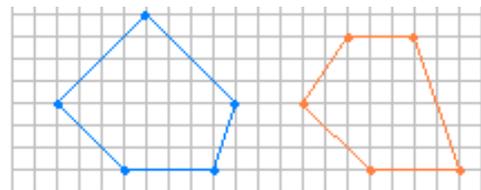


Рис.21 б

Прежде чем копировать, надо выяснить положение точек по отношению друг к другу. Выясняя это, дети учатся анализировать, составлять умозаключения. Например, для синего треугольника, про положение второй точки дети говорят так: «Вторая точка по положению к первой, находится выше на 5 клеточек и правее на 3 клеточки». Здесь же мы можем находить прямые углы, параллельные и перпендикулярные отрезки, т. е. учимся сопоставлять, сравнивать, анализировать, применять знания в нестандартных ситуациях. Такие фигуры мы можем строить с также помощью графического диктанта, развивая тем самым ещё и внимание.

2. Витя, Костя, Миша и Коля отправились на рыбалку к лесному озеру. Грузила на удочках имеют разную форму. Начерти их по клеточкам.

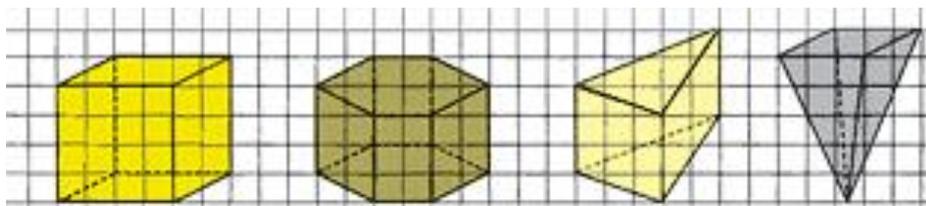


Рис.22

Б) Построение фигуры по заданным параметрам (метрические задачи), например:

1. Начерти прямоугольник со сторонами 5 см и 3 см.
2. Начерти три отрезка. Длина первого 8 см 5 мм, что на 7 мм больше длины второго и на 1 см 5 мм меньше длины третьего отрезка.
3. начерти ломаную с меньшим количеством звеньев, но такой же длины.
4. начерти ломаную из 6 звеньев, длина которой 23 клеточки.
5. начерти ломаную из 5 одинаковых звеньев, длина которой 15 клеточек.

В) Построение фигур с опорой на их свойства, например (рис. 23):
Рассмотри чертёж. Назови диагонали квадратов и точки их пересечения.

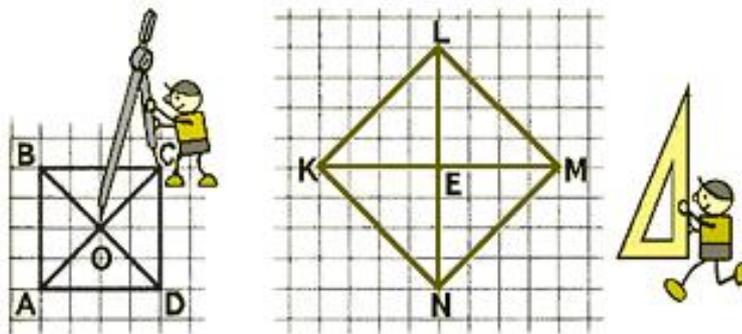


Рис.23

Что можно сказать о свойствах диагоналей квадрата, зная, что квадрат тоже прямоугольник? У диагоналей квадрата есть ещё одно свойство: при пересечении диагоналей квадрата получаются четыре прямых угла.

Проверь это свойство по чертежу. Используя свойство диагоналей квадрата, начерти в тетради квадрат, длина диагонали которого 5 см.

При решении данных задач у учащихся отрабатывается умение и приобретается навык проводить перпендикулярные и параллельные прямые с помощью клетчатой бумаги:

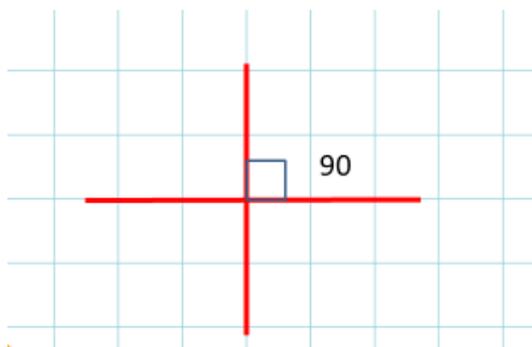


Рис.24 а

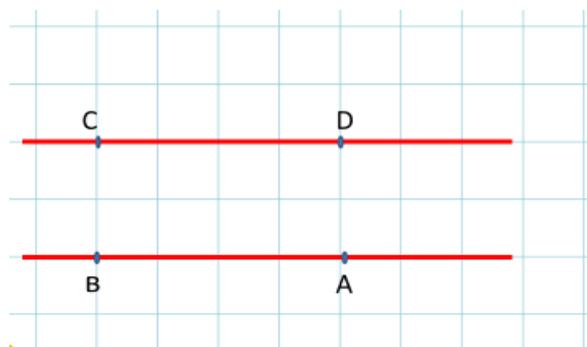


Рис.24 б

После того, как дети хорошо усвоили понятия параллельности и перпендикулярности, построения таких прямых на нелинованной бумаге с помощью угольника не вызывает затруднений.

Г) Преобразование фигуры, в том числе по заданным параметрам, например:

1. Начерти квадрат $ABCD$, длина диагонали которого 6 см. Дострой его до квадрата с длиной стороны 6 см.
2. Начерти по клеточкам такие же фигуры.

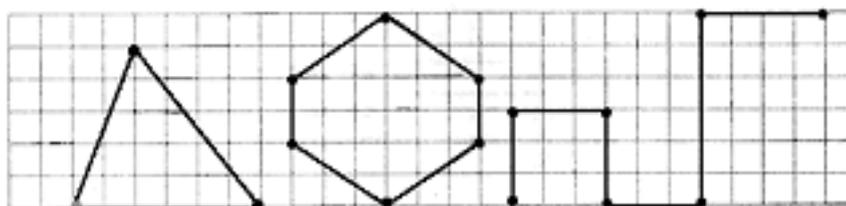


Рис.25

Как провести по два отрезка так, чтобы из каждой фигуры получилось два треугольника и один четырёхугольник?

3. Достроить фигуры до прямоугольников и квадратов (рис. 26)

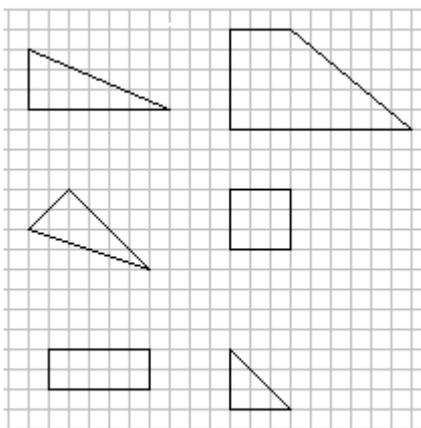


Рис.26

Такого рода задачи в достаточном количестве представлены в учебнике Моро [28], например, *начерти в тетради такой треугольник и проведи в нем 1 отрезок так, чтобы получилось 3 треугольника. Выполни это задание разными способами* (рис. 27 а) или *начерти в тетради такие четырехугольники. Проведи в одном четырехугольнике один отрезок так, чтобы получилось два треугольника. В другом четырех угольнике проведи один отрезок что бы получилось два четырехугольника* (рис.27 б).

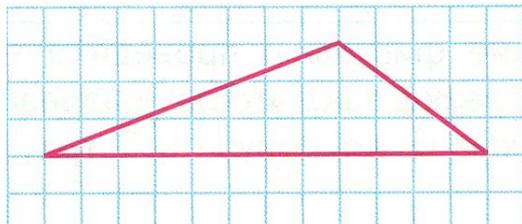


Рис.27 а

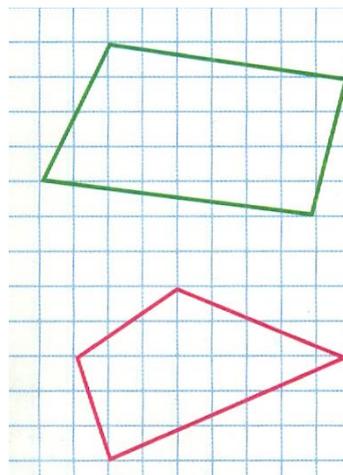


Рис.27 б

Д) Построение фигуры с учётом её расположения на плоскости, например:

1. Начерти луч с началом в точке K . Отложи на нём от его начала один за другим несколько отрезков длиной 15 мм. Отметь на луче точки A , B , C , соответствующие числам 4, 6, 8. Найди длины отрезков KA , KB , AC , BC .

2. Фигура изменила своё положение. Точками какого цвета обозначены её вершины C и D на каждом чертеже?

Е) Задачи на построение пересечения и объединения геометрических фигур, например:

1. Постройте два прямоугольных треугольника так, чтобы их общей частью был прямоугольник.

2. Постройте красный треугольник, для этого от данной точки поставьте точку выше на 2 клеточки и правее на три клеточки, от полученной точки поставьте точку правее на 2 клеточки и ниже на 5 клеточек; постройте синий треугольник, для этого от первой данной точки поставьте точку выше на 2 клеточки и правее на 1 клеточку, от полученной точки поставьте точку правее на 5 клеточек и ниже на 6 клеточек. Найдите пересечение построенных треугольников.

3. Постройте в тетради следующие фигуры. Какие из них пересекаются? Не пересекаются? Закрасьте пересечения фигур (рис. 28).

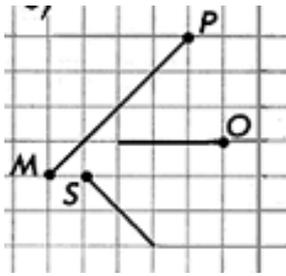


Рис.28 а

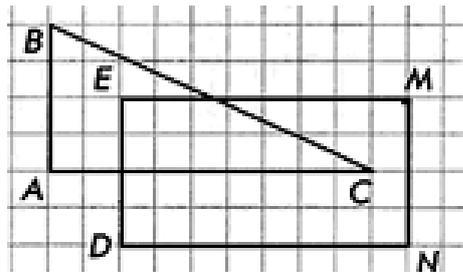


Рис.28 б

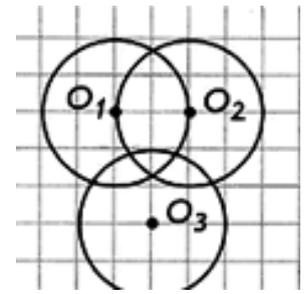


Рис.28 в

После выполнения этих заданий не вызывают трудности задачи типа:
сколько прямоугольников на рисунке 29.

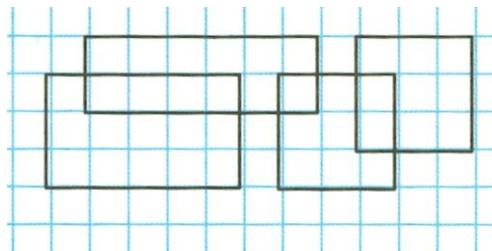


Рис.29

Неоценима роль клетчатой бумаги в обучении учащихся построению симметричных фигур. К заданиям такого рода относятся:

1. дострой цветочек (рис. 30),

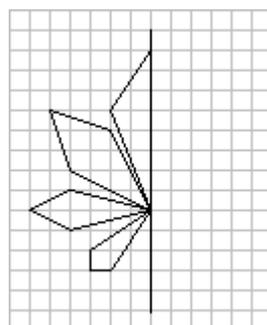


Рис.30

2. начерти лебедя, плывущего в правую сторону (рис. 31),

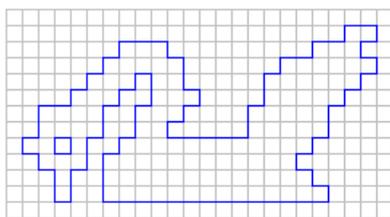


Рис.31

3. нарисуй такой же корабль, плывущий в другую сторону (рис. 32),

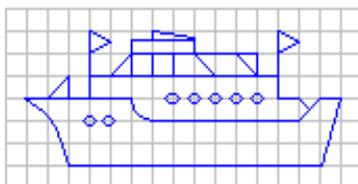


Рис.32

4. сколько осей симметрии имеют фигуры на рис. 33. Перечерти в тетрадь цветочки с восьмью осями.

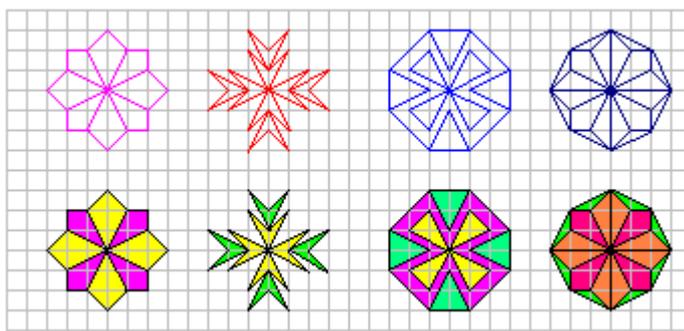
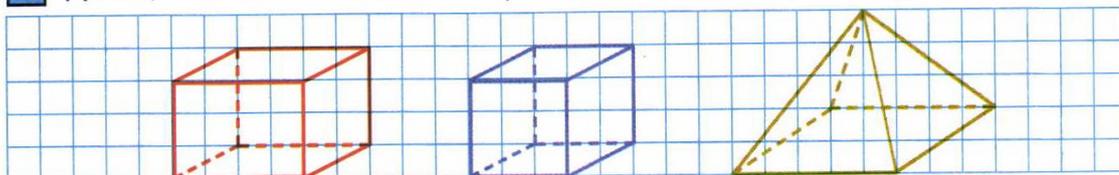


Рис.33

С целью развития пространственного мышления на клетчатой бумаге можно изображать объёмные фигуры (рис. 34) и изучать их свойства.

8 Денис, Мишка и Алёнка начертили геометрические фигуры.



Синюю фигуру чертила не Алёнка, Денис чертил не синюю и не жёлтую фигуру. Какую фигуру начертил каждый из ребят? ● Начертите по клеточкам такие же фигуры.

2 дм


Рис.34

Первоначально учащимся даются задания по образцу: изобразить фигуру, аналогично данной на рисунке (рис.35 а–б).

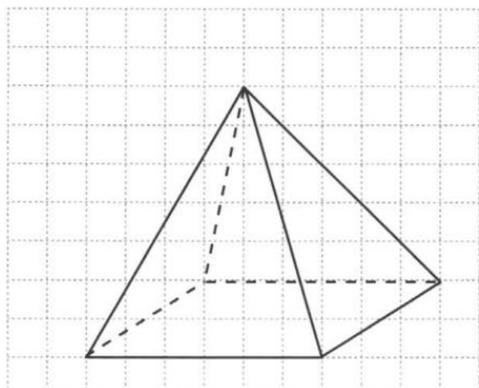


Рис.35 а

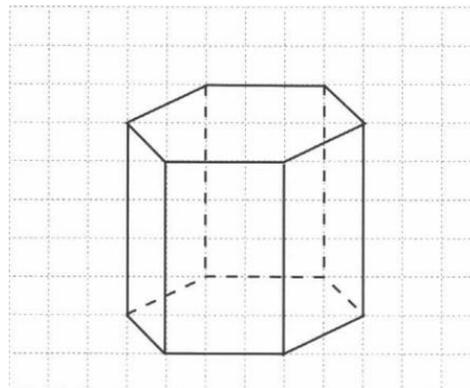


Рис.35 б

Затем предлагаются задачи вида: на рисунке изображены некоторые ребра многогранника. Изобразить весь многогранник (рис. 36 а-б).

9. На рисунке изображены три ребра прямоугольного параллелепипеда. Изобразите весь параллелепипед.

23. На рисунке изображены три ребра четырехугольной пирамиды. Изобразите всю пирамиду.

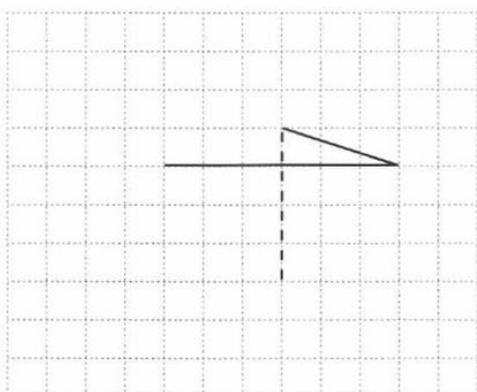


Рис.36 а

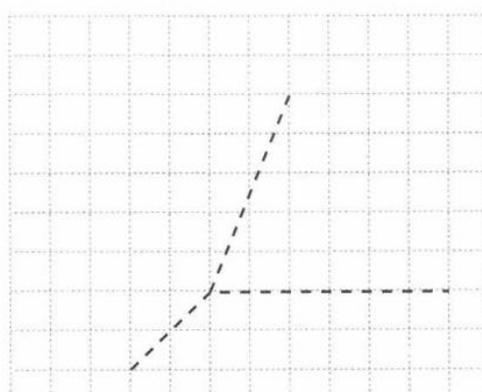


Рис.36 б

Особое внимание в курсе начального курса математики уделяется разверткам. Например, детям можно дать задание: на клетчатой бумаге построить развёртку куба. Понятно, что дети построят разные развертки. С помощью практического упражнения, из своих развёрток ученики складывают куб. Делают выводы: из каких развёрток можно сложить куб, а из каких нельзя, почему (рис. 37). Таким образом, с помощью практических действий, выясняется, что развёртки куба могут быть разные.

29. Укажите развертки куба.

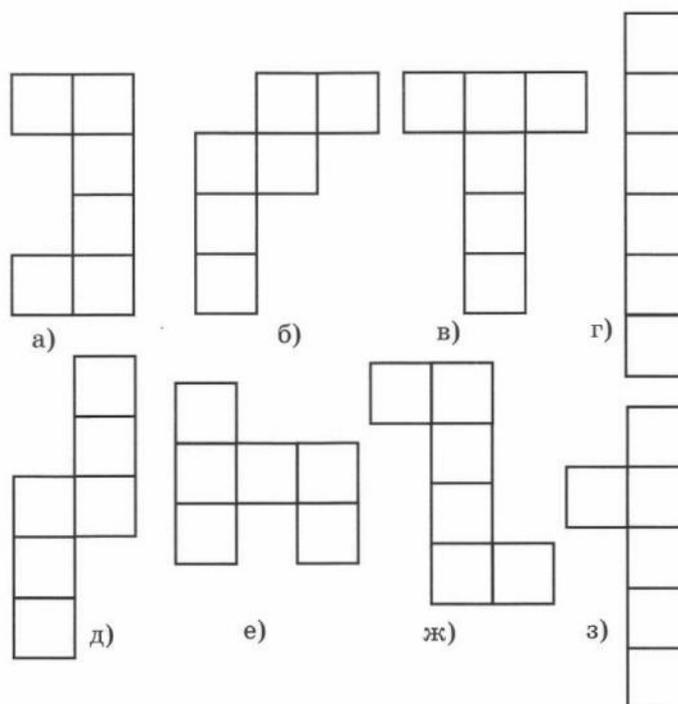


Рис.37

Решение задач на клетчатой бумаге помогает развивать геометрические представления школьников, умение анализировать чертежи, использовать изученные факты и свойства фигур для выполнения геометрических построений.

1.2.2 Задачи на измерение и вычисление

Задания на измерение, вычисление, нахождение и сравнение: длин отрезков, длин ломаных, периметров и площадей фигур являются основными видами заданий, построенных на геометрическом содержании, цель которых формирование у ребенка измерительных умений и навыков, применение имеющихся вычислительных умений к задачам практического характера [8].

Рассмотрим виды заданий на клетчатой бумаге на измерение, вычисление и сравнение ломаных линий:

1. начерти такие многоугольники и найди периметры каждого из них (рис.38);

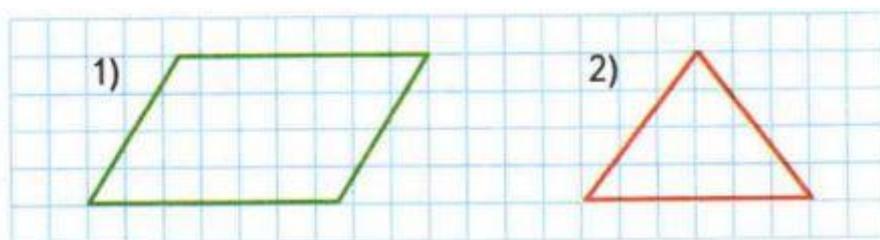


Рис.38

2. сравни с помощью циркуля звеньев ломаной и отрезки, отложенные на прямой с теми же номерами (рис. 39);

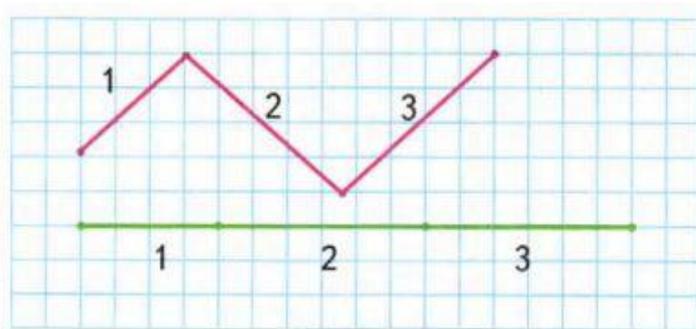


Рис.39

3. используя клеточки бумаги, начерти другую фигуру, но с таким периметром (рис. 40);

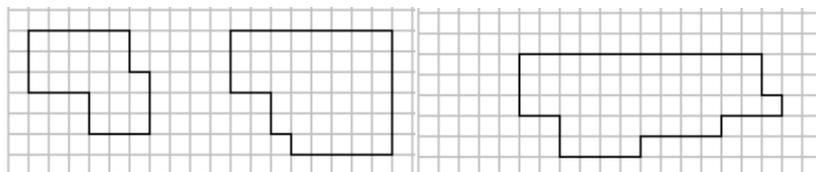


Рис.40

4. измени фигуру (рис. 40), чтобы её периметр был на 4 клеточки меньше.

По мнению Овчинниковой М.В. [31] задачами изучения темы «Площадь» в начальной школе являются следующие:

1. сформировать конкретные представления о площади плоской фигуры и ее измерении;
2. научить вычислять площадь различных плоских фигур при помощи палетки;
3. научить вычислять площадь прямоугольника;

4. сформировать умения решать практические задания на нахождение и сравнение площадей различных многоугольников.

Рассмотрим примеры заданий на клетчатой бумаге, помогающих в решении этих задач. Подготовительная работа проводится при сравнении фигур по площади без применения самого термина: 1) установить, из скольких одинаковых квадратов, прямоугольников или треугольников составлены различные геометрические фигуры; 2) установить, из каких фигур состоит фигура, изображенная на рисунке; 3) составить различные фигуры из одинакового числа квадратов (рис.7); 4) нарисуй фигуры, в которых 4 клеточки (рис. 41).

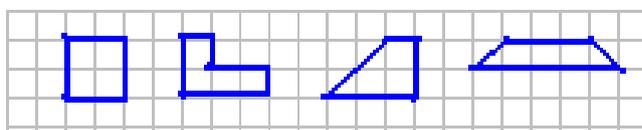


Рис.41

Здесь дети работают каждый на своем уровне развития. Каждый может составить разное количество фигур. В беседе по результатам выполнения заданий, делаются первые шаги в доказательстве правильности решения, чем обогащается словарный запас учащихся математической терминологией. Далее идут задачи типа: какая фигура занимает больше места на плоскости (см рис.3 а-б), где отрабатывается умение сравнивать фигуры путем присчитыванием клеточек (рис. 42).

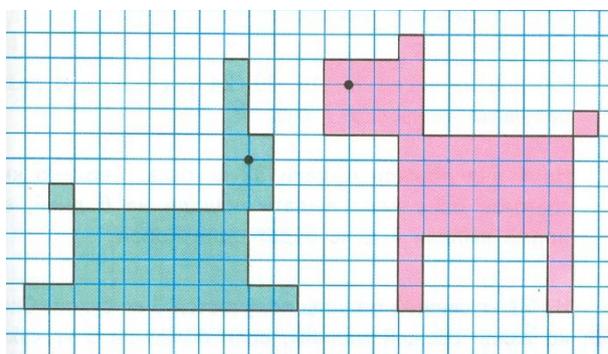


Рис.42

Параллельно проводится работа по отработке понятия «равные фигуры» (рис. 8). Дети убеждаются в том, что если фигуры состоят из одинаковых

квадратов, то площадь той фигуры больше (меньше), которая содержит больше (меньше) квадратов. Полезно также рассмотреть случаи, когда разные по форме фигуры имеют одинаковую площадь, так как содержат одинаковое число квадратов. На последующих уроках включаются упражнения на подсчет квадратов, содержащихся в заданных фигурах, предлагается начертить в тетрадях фигуры, которые состоят из заданного числа квадратов – клеточек тетради. Эти упражнения помогают формировать понятие площади как количества квадратных единиц, содержащихся в геометрической фигуре.

Площади фигур содержащих одинаковое число квадратных сантиметров, равны, хотя фигуры могут не совмещаться наложением. Включаются упражнения на площади фигур, разбитых на квадратные сантиметры. Предлагается при подсчете квадратных сантиметров группировать их по рядам или столбцам, чтобы ускорить нахождение их общего числа. Рассматриваются и такие фигуры, которые на ряду с целыми квадратными сантиметрами содержат и нецелые – половины, а также доли больше или меньше, чем половина квадратного сантиметра. Следует также ознакомить учащихся с нахождением приближенной площади фигуры таким способом: сосчитать все нецелые квадратные сантиметры и общее число их разделить на два, затем полученное число сложить с числом целых квадратных сантиметров, которые содержатся в данной фигуре (рис. 43 а–в).

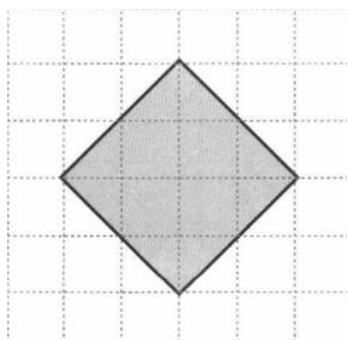


Рис.43 а

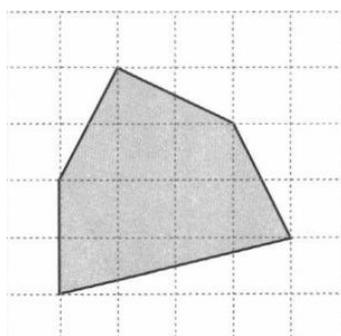


Рис.43 б

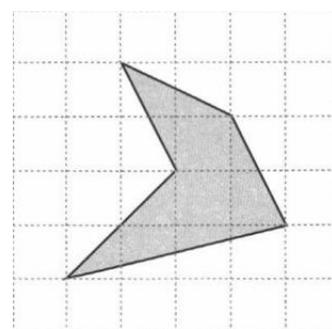


Рис.43 в

После изучения формулы нахождения площади прямоугольника, можно ознакомить с другим способом нахождения площади многоугольника, основанном на следующих фактах:

- Многоугольник всегда можно перекроить в любой другой многоугольник с такой же площадью. Такие многоугольники называются равновеликими.
- Если два многоугольника состоят из одинаковых частей, то они называются равносоставленными.
- Плоские равносоставленные многоугольники также являются равновеликими.

Многоугольник можно разделить на части и составить из них равновеликий многоугольник с вершинами в узлах клеток, стороны которого проходят по линиям, в котором легко посчитать количество клеток, то есть найти площадь многоугольника (рис. 44).

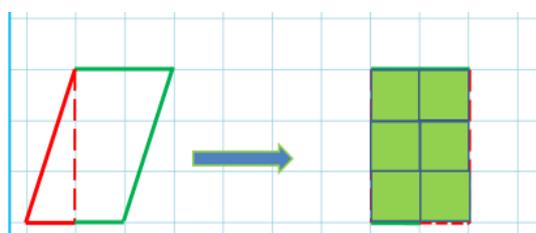


Рис.44

Этот способ вычисления площади легко применим для многоугольников несложной конфигурации. На таких задачах отрабатываются понятия равносоставленности и равновеликости. Затем чертим в тетрадах на клеточках фигуры с *заданной* площадью; с площадью *меньшей* или *большей* данной; находим равновеликие фигуры (рис. 45 а–д).

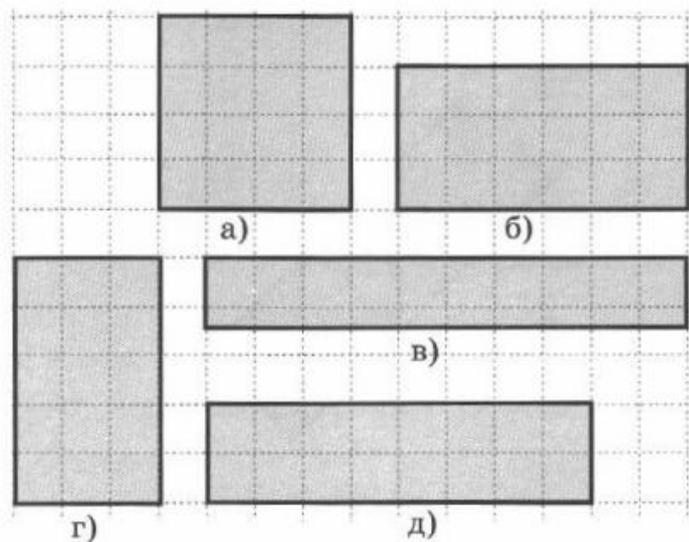


Рис.45

Для определения площади фигур, не разделенных на квадратные сантиметры, используется палетка. *Палетка* – это прозрачная пластинка, разбитая на равные квадраты. Правила применения палетки:

- 1) разместить палетку поверх фигуры так, чтобы в ней поместилось максимальное количество целых клеточек – кв. см.;
- 2) отдельно пересчитать количество полностью заполненных фигурой клеток и тех, которые заняты только частично;
- 3) умножить количество неполных клеток на 2 и сложить результат с количеством целых клеток;
- 4) полученный результат и будет показывать, сколько квадратных сантиметров содержится в данной фигуре, т.е. ее площадь.

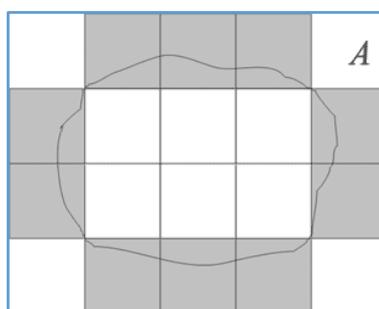


Рис.46

Детям необходимо объяснить, что измерение площади произвольной фигуры при помощи палетки дает приближенные результаты.

При выполнении каждого задания предоставляется детям как можно больше самостоятельности. Результаты самостоятельной работы обязательно обсуждаются. Это очень важно, так как каждый ученик пытается обосновать свой способ действия. Дети учатся этому друг у друга и делают первые шаги в умении доказывать свои утверждения.

1.3 Применение клетчатой бумаги к решению арифметических задач

Клетчатая бумага применяется при изучении арифметики чаще всего в качестве «внешней опоры». Например, при изучении умножения для запоминания таблицы умножения используется клетчатое поле тетради. Обводя на клетчатом поле прямоугольник с заданным количеством клеток в сторонах, ребенок использует эту модель для контроля полученного результата или просто подсчитывает клетки как умеет (рис. 47)

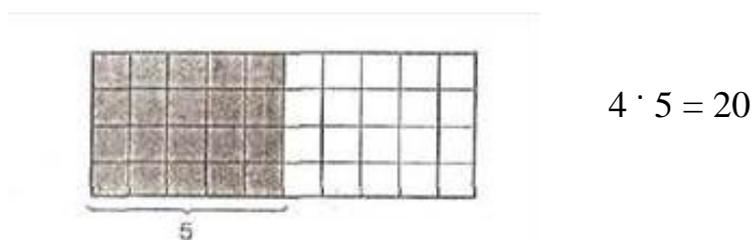


Рис.47

Для закрепления могут быть предложены задания типа: запиши числовые выражения, с помощью которых можно узнать, сколько всего клеточек было в прямоугольнике, если от него осталась такая часть (рис. 48).

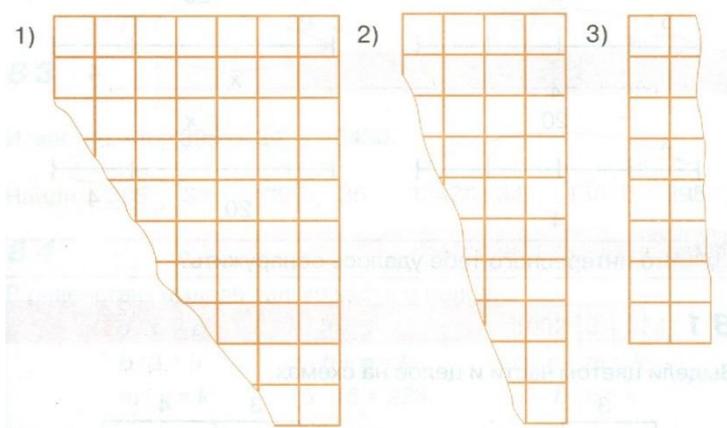


Рис.48

При изучении арифметических операций и их свойств так же можно использовать графические диктанты. Приведем примеры.

Графический диктант № 1 (иллюстрирующий переместительный закон сложения): две горизонтали – вправо, вертикаль – вниз, горизонталь – влево, вертикаль – вниз, горизонталь – влево, две вертикали – вверх. Дети строят фигуру. Затем сверяют ее с фигурой на доске, которая до этого момента была закрыта.

- Сколько клеток в фигуре? Запишем через клетку вниз. (В фигуре 3 клетки). Сколько столбцов занимает фигура? Назовите их. (Фигура занимает два столбца: левый и правый или первый и второй).

Сколько клеток в левом столбце? Запишите через клетку вправо. (В левом столбце 2 клетки). Сколько клеток в правом столбце? Запишите через клетку вправо. (В правом столбце 1 клетка). С помощью какого знака запишем, что в фигуре 2 клетки и еще 1 клетка? (С помощью знака «+»). Вызванный к доске ученик записывает знак «+»). Сколько же в фигуре клеток?

- Как узнали? (В фигуре 3 клетки: к 2 прибавили 1, получили 3).

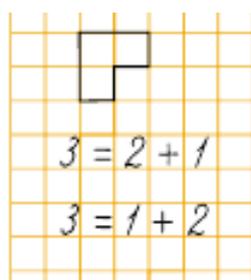


Рис.49

- Какое число записали слева? (3). Справа записано выражение $2 + 1$, тоже 3. В таком случае говорят: «левая часть равна правой» и ставят знак «=». Прочитайте левую часть равенства. (В левой части равенства записано число 3.) Прочитайте правую часть равенства. (В правой части равенства записано $2 + 1$.) Почему между левой и правой частями стоит знак «=»? (Левая часть равна правой).

- Сколько клеток в фигуре? Запишем через клетку вниз. (В фигуре 3 клетки.) Сколько рядов занимает фигура? Назовите их. (Фигура занимает два ряда: верхний и нижний или первый и второй). Сколько клеток в нижнем ряду? Запишите через клетку вправо. (В нижнем ряду 1 клетка). Сколько клеток в верхнем ряду? Запишите через клетку вправо. (В верхнем ряду 2 клетки). Как записать, что в фигуре 1 клетка и еще 2 клетки? (Надо поставить знак «+»). Сколько же в фигуре клеток?

Как узнали? (В фигуре 3 клетки. К 1 прибавили 2, получили 3).

- Прочитайте левую часть равенства.

Прочитайте правую часть равенства. Что скажем о левой и правой частях равенства? (Они равны. Между ними поставим знак «=»).

- Чем похожи верхнее и нижнее равенства? (Одинаковые знаки, числа, слева записано число 3).

- Чем отличаются равенства? (В первом равенстве в правой части записано $2 + 1$, а во втором – $1 + 2$).

- Изменился ли ответ, когда числа 2 и 1 поменялись местами? (Числа 2 и 1 поменялись местами, но ответ не изменился).

Запись в тетради (рис. 49).

Графический диктант №2: горизонталь - вправо, две вертикали - вниз, две горизонтали – вправо, вертикаль – вниз, горизонталь – влево, две вертикали – вверх, две горизонтали – влево, вертикаль – вверх.

- Сколько столбцов занимает фигура? Назовите их. Сколько клеток в первом (втором, третьем) столбце? Запишите. Как узнаем, сколько всего клеток в фигуре? (Надо к 1 прибавить 1 и еще 1, получится 3).- Сколько раз повторяется единица в записи? (Три раза.) Как записать: «По 1 взяли 3 раза»? Запишите через клетку вниз: $1 \cdot 3 = 3$.

Как читается эта запись? (По 1 взять 3 раза).

Запись в тетради.

- Чем отличаются фигуры?

- Сколько клеток потребовалось для построения фигуры № 1? (3 клетки).
А для фигуры № 2? (Тоже 3).

В таком случае говорят: фигуры равновеликие, так как для их построения потребовалось одинаковое количество клеток (рис. 50).

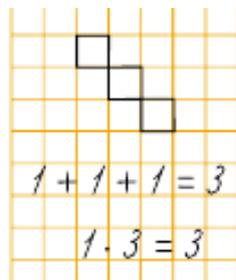


Рис.50

После изучения арифметических операций могут быть предложены задания вида: записать с помощью числовых выражений, как построена каждая фигура. Можно ли определить количество клеточек в каждой фигуре с помощью записанных формул (рис. 51).

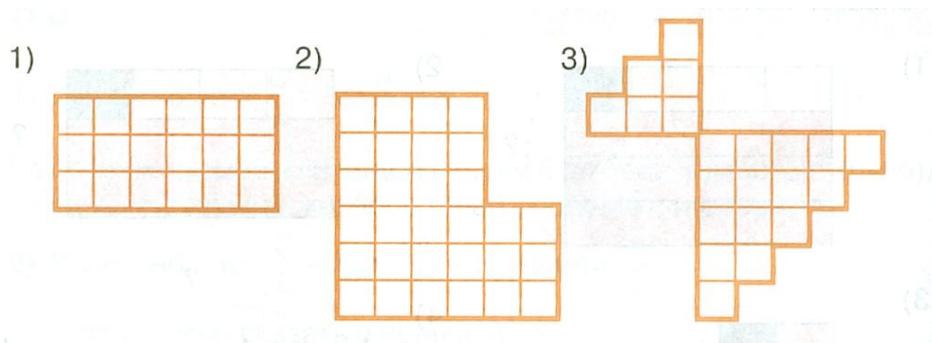


Рис.51

Большое значение приобретает роль клетчатой бумаги при изучении многозначных чисел [2]. Для знакомства с десятичным принципом образования многозначных чисел обращаются к задаче измерения площадей. Измерение и построение величин по частям с помощью системы мерок дает возможность перейти к табличной форме записи чисел, позволяя сравнивать их между собой без построения самих величин. Замена системы мерок для измерения площади с произвольной основной меркой и постоянным отношением между ними, в том числе с отношением кратным 10, позволяет «оторвать» число от числового значения величины и рассмотреть

многозначные числа как результат измерения величины любой системой мер (и десятичной в частности). Осознав основной принцип образования многозначного числа (в пределах 4 и более разрядов), можно перейти к изучению сложения и вычитания многозначных чисел «столбиком» [3].

Методика обучения действиям с многозначными числами опирается на использование предметных моделей плоских геометрических фигур для обнаружения основного принципа выполнения любого арифметического действия – принципа поразрядности. В ситуации, когда освоенные способы непосредственного сравнения предметов по заданному свойству не подходят, что приводит к необходимости опосредованного сравнения величин, где в качестве посредника первоначально выступает мерка, равная одной из сравниваемых величин. Далее исследуется зависимость между величиной, меркой и числом. Теперь число отвечает на вопрос «Сколько мерок E содержится в величине A ?», т. е. является характеристикой величины A . Так у учащихся формируется понятие числа. Учащимся предлагаются задания следующих типов:

- 1) записать числа, которые рассказывают о величинах A и B (рис. 52);

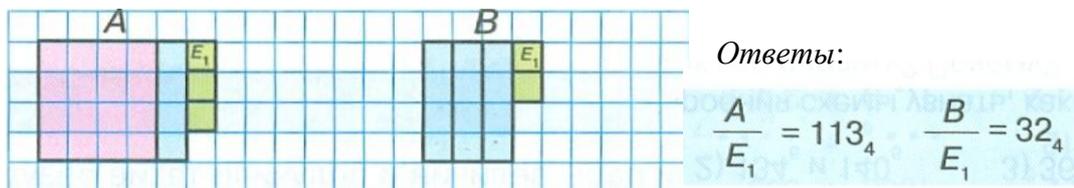


Рис.52

- 2) изобразить схемой величины C и D , если о величине C рассказывает число 34_5 , а о величине D – число 43_5 (ответы на рис. 53).

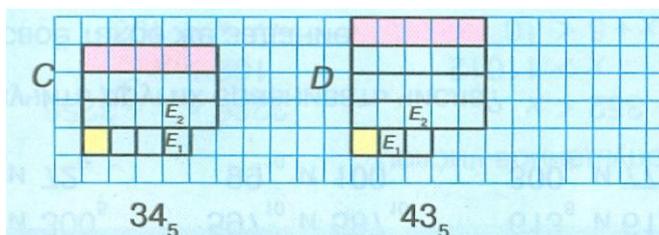
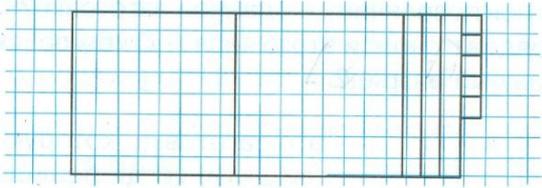


Рис.53

В дальнейшем результат измерения выражается не одним числом, а

некоторым набором чисел, где каждое соответствует определенной мерке. Появляется табличная форма записи числа, которая приобретает со временем форму «заготовки», т.е. места для каждой цифры (рис. 54).

Саша, Алина и Лера измеряли величину A набором мерок E_3 , E_2 и E_1 . При этом договорились, кто какой меркой будет работать. Саша выбрал мерку E_3 , Алина — E_2 , а Лера — E_1 . Вот что у них получилось:



Как ты думаешь, где на рисунке Сашины мерки, где Алинины и Лерины? Как тебе удалось это узнать? Затем они вместе сделали заготовку для записи результата и назвали места I, II, III **разрядами**.

III	II	I
•	•	•

Рис.54

Следующая учебная ситуация, приводящая к решению учебно-практической задачи, требует определения отношений между мерками для их изготовления в другом месте или в другое время. Появляется новая числовая характеристика отношения между последующей и предыдущей мерками. Это отношение фиксируется стрелочкой и числом над прообразом разряда. Отношения между соседними мерками оказываются двух видов, одно из них постоянно. Тогда мы уже имеем дело не с набором мерок, где отношения между соседними мерками различны, а с системой мерок с постоянным отношением между соседними мерками (основание системы), при этом система остается открытой, т. е. всегда (по необходимости) может быть построена следующая мерка (рис.55).

Измерь величины A , B , C и D с помощью заданной системы мерок и запиши результат в виде многозначного числа.

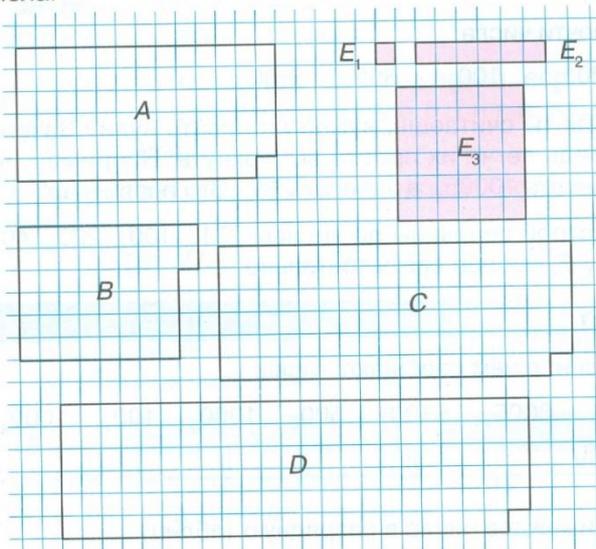


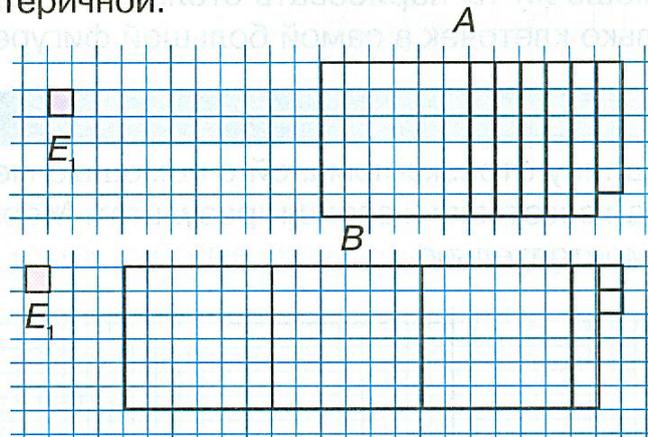
Рис.55

Это позволяет заранее изготовить различные системы мерок для измерения разных величин. Десятичная система счисления рассматривается как частный случай. Чтобы измерить величину с помощью системы изготовленных в заданном отношении мерок, сначала нужно выбрать мерку, с которой удобно начинать измерение, — самую большую из тех мерок, которые меньше измеряемой величины. Свой выбор необходимо доказать, сравнив непосредственно следующую за выбранной мерку с измеряемой величиной, которая должна оказаться уже больше этой величины.

Из сказанного следует: если основание системы (а это и есть основание системы счисления) равно, например, 6, то цифры 6 и последующих в записи многозначного числа быть не может, так как дети уже сравнивали величину со следующей меркой, в которой было 6 предыдущих. Другими словами, вводится естественное и осмысленное ограничение на каждую цифру в записи позиционного многозначного числа в заданной системе счисления (рис. 56).

6. Запиши результаты измерения данных величин меркой E_1 в разных системах счисления:

1) в шестеричной:



2) в троичной:

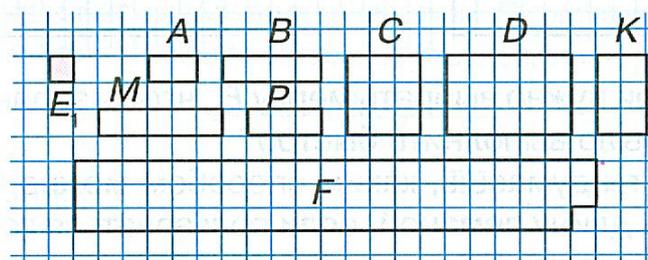


Рис.56

Таким образом, в системе развивающего обучения представление о позиционном многозначном числе формируется в рамках задачи измерения величины системой мерок с заданным или выбранным отношением, где сначала определяется количество необходимых для измерения мерок (это значит, становится известным, сколько цифр будет в записи числа), а лишь затем производится сама операция измерения (это значит, определяется цифра каждого разряда), что позволяет впоследствии задать операционный состав способа выполнения любого арифметического действия как последовательного выполнения двух основных операций: определение количества цифр (разрядов) в искомом результате выполняемого действия и нахождение цифры, соответствующей каждому из этих разрядов.

В данной главе собраны и систематизированы геометрические и арифметические задачи на клетчатой бумаге, представленные в школьных

учебниках и различных источниках, которые могут быть использованы в процессе обучения математике учащихся начальных классов; показана возможность использования их на уроках. Среди геометрических задач на клетчатой бумаге выделены: пространственно-ориентационные упражнения, задачи на вычерчивание и построение геометрических фигур, задачи на измерение, вычисление и сравнение величин. При решении арифметических задач клетчатая бумага применяется чаще всего в качестве «внешней опоры». Каждое предлагаемое учащимся задание требует применения знаний в необычной ситуации, что позволяет проверить качество освоения и геометрического, и арифметического материала, готовность ученика использовать полученные знания и умения для решения нестандартных и исследовательских задач.

Глава 2. ПРОГРАММА МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА ПО ТЕМЕ «ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И ИГРЫ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ»

2.1 Пояснительная записка

Данная программа позволяет использовать огромный развивающий потенциал геометрии, повысить познавательный интерес к предмету «Математика». На занятиях кружка учащиеся познакомятся с видами занимательных (нестандартных) задач на клетчатой бумаге, с возможностями их решения разными способами.

Содержание программы соответствует познавательным возможностям младших школьников и предоставляет им возможность работать на уровне повышенных требований, развивая учебную мотивацию. Реализация этой программы является и стремление развить у учащихся умения работать самостоятельно, думать, решать творческие задачи, а также совершенствовать навыки аргументации собственной позиции по определённому варианту решения текстовых задач. Для эффективности работы кружка желательно, чтобы работа проводилась в малых группах с опорой на индивидуальную деятельность, с последующим обсуждением полученных результатов.

Занятия кружка проводятся 1 раз в неделю.

Продолжительность каждого занятия 45 минут.

Программа рассчитана на 1 месяц.

Цель: через систему задач организовать поисково-практическую и исследовательскую деятельность учащихся, направленную на развитие логического мышления, изобразительно-графических умений, приемов конструктивной деятельности.

Задачи:

- формирование умения преодолевать трудности при решении математических задач,
- развитие геометрической интуиции,

– развитие познавательного интереса учащихся.

Основными приемами решения задач являются: наблюдение, конструирование, эксперимент.

Рекомендуемые формы и методы проведения занятий.

Рекомендуется проведение занятий в игровой форме. Изложение материала необходимо сочетать с выполнением практических заданий. Целесообразно привлекать учащихся не только к решению разнообразных задач, головоломок и т.п., но и к подготовке информационных сообщений. На занятиях создаются условия для выдвижения учащимися различных гипотез, их проверки, представления собственных достижений. Таким образом приобретение новых знаний учащимися осуществляется в основном в ходе их самостоятельной деятельности.

Ожидаемые результаты:

- овладение способами исследовательской деятельности;
- формирование умения анализировать условие занимательной, шуточной задачи;
- формирование умения вычленять известные геометрические фигуры, входящие в состав более сложных объектов;
- формирование умения планировать свои действия;
- формирование умения решать определённую задачу несколькими способами и находить среди них наиболее рациональные и оригинальные.

Основные виды деятельности учащихся:

- решение занимательных задач и головоломок;
- знакомство с научно-популярной литературой, связанной с математикой;
- самостоятельная работа.

2.2 Содержание занятий

Календарно-тематический план

№	Тема	Кол-во часов
1	Задачи на раскраску	1
2	Задачи на разрезание	2
3	Игры на клетчатой бумаге	1
4	Магические квадраты	1

Тема 1: Задачи на раскраску

Блезю Паскалю принадлежат слова: «Предмет математики столь серьёзен, что не следует упускать ни одной возможности сделать его более занимательным». Занимательность – необходимое средство возбуждать и поддерживать внимание и интерес к предмету. Решение занимательных математических задач – это приобщение учащихся к творческому поиску, активизация их самостоятельной исследовательской деятельности. Уникальность занимательной задачи служит мотивом учебной деятельности, развивая и тренируя мышление вообще, и творческое в частности. [Холева О.В. Развитие познавательного интереса на уроках математики С 106-109].

Занимательной можно считать задачу, содержащую занимательные элементы в структуре задачи, или в содержании задачи, или в иллюстрации к задаче.

Задачи с раскраской в условии

Задача 1. В квадрате со стороной 5 клеток закрашены 2 клетки. Закрасьте ещё три клетки так, чтобы в каждом вертикальном ряду и в каждом горизонтальном ряду было по одной закрашенной клетке. Клетки не должны соприкасаться (рис. 57).

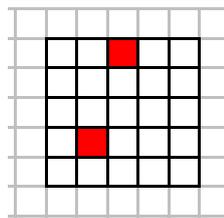


Рис.57

Задача 2. Плоскость разбита на треугольные клетки – равные равнобедренные прямоугольные треугольники (рис. 58 а). Две клетки называются соседними, если они имеют общую сторону. Все точки внутри любой клетки окрашены одинаково, у каждой клетки все ее соседки цветов. Два варианта такой раскраски (в 4 цвета) представлены на рис.58 б-в.

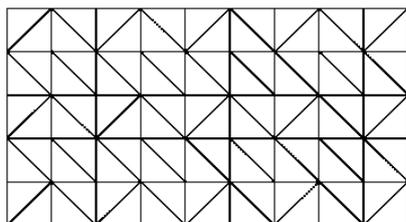


Рис.58 а

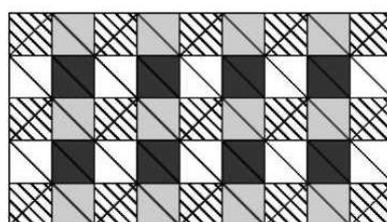


Рис.58 б

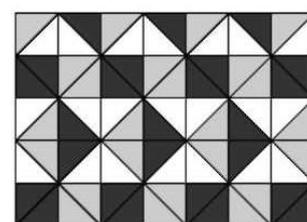


Рис.58 в

Задачи на построение по точкам (узлам клетки)

Задача 3. Нарисуй фигурку по точкам как на образце (рис. 59).

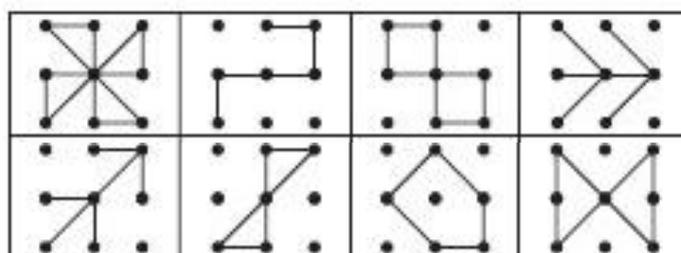


Рис.59

Задания данного вида являются подготовительными для следующих задач: начертить каждую из данных фигур одной непрерывной линией, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя линий дважды (рис. 60).

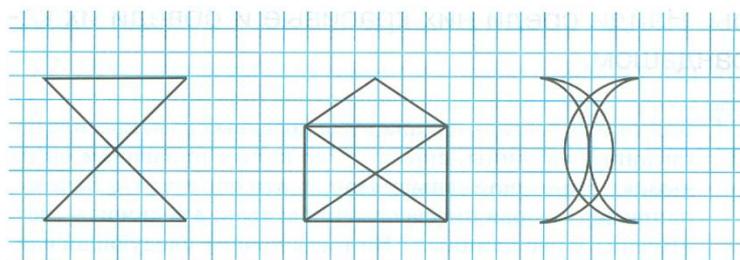


Рис.60

Тема 2. Задачи на разрезание

Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Первый письменный источник с подобными задачами относится к X веку – это фрагменты трактата персидского астронома Абул-Вефа, жившего в Багдаде. С этими задачами, очевидно, столкнулся ещё первобытный человек, когда пытался раскроить шкуру убитого зверя, чтобы сшить себе одежду. Известно, что решения многих простых задач на разрезание были найдены ещё древними греками.

Задачами на разрезание или на превращение фигур называются задачи, в которых требуется разрезать данный многоугольник на определенные части или наоборот, составить из данных многоугольников новый. Задачи на разрезание и составление фигур считаются одними из самых увлекательных головоломок в математике. Они весьма разнообразны, достаточно трудны и в то же время общедоступны, так как не требуют никакой специальной подготовки; задачи на разрезание являются не алгоритмизируемыми в общем виде задачами, то есть вывести единого универсального алгоритма их решения нельзя. Однако учащимся можно дать ряд общих рекомендаций:

– при решении задач на разрезание, вам не потребуются ножницы. Имеется в виду, что нужно начертить заданный в условии задачи многоугольник и показать, как должна проходить линия разреза. Хотя на первых этапах для решения вы можете воспользоваться ими, но в дальнейшем от ножниц нужно отказаться;

– при решении задач на разрезание на клетчатой бумаге можно посчитать количество клеток в фигурах, на которые нужно разбить данный многоугольник, после чего можно перебрать все возможные виды этих фигур;

– при составлении фигуры из частей элементы должны вплотную примыкать один к другому и не должны накладываться друг на друга.

Приведем следующую классификацию задач на разрезание. Все их сюжеты можно условно поделить на следующие виды и подвиды:

1. Дробление – требуется разрезать данную фигуру:
 - на заданное число равных между собой;
 - определённым количеством прямых на максимально возможное число частей, не обязательно равных.
2. Квадрирование – разрезание фигуры на возможно меньшее число частей, из которых затем можно сложить квадрат.
3. Трансформирование – требуется разрезать одну фигуру так, чтобы из её частей можно было сложить вторую заданную фигуру (не квадрат).

Для начала рассмотрим несколько классических задач на разрезание на клетчатой бумаге каждого типа.

Задача 4. Разделить фигуры на 2 одинаковые части (рис. 61 а), на 3 одинаковые части (рис. 61 б), на 4 одинаковые части (рис. 61 в).

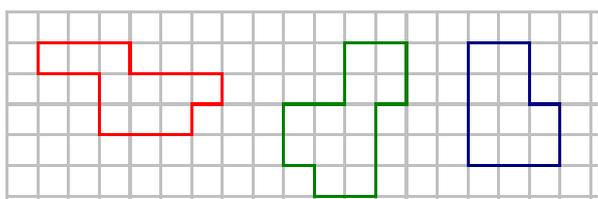


Рис.61 а

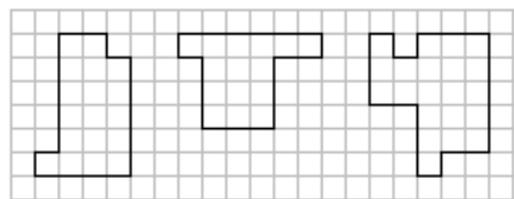


Рис.61 б

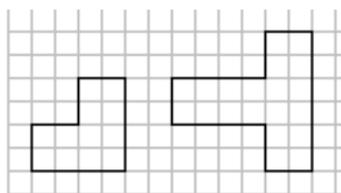


Рис.61 в

Задача 5. Как разрезать квадрат по сторонам клеток, так чтобы получились две равные части. Решить задачу различными способами. Некоторые из них представлены на рис. 62.

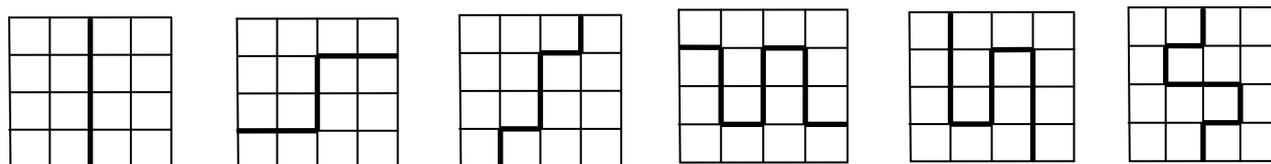


Рис.62

Усложнить задачи разрезание можно вырезанием некоторых клеток.

Задача 6. Разделите квадрат 5×5 клеток с вырезанной центральной клеткой на четыре равные части (рис.63).

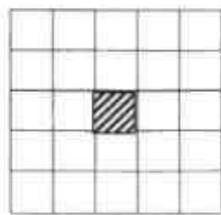


Рис.63

Решение: Задача имеет семь решений (рис.64), причем каждая часть содержит по 6 клеток.

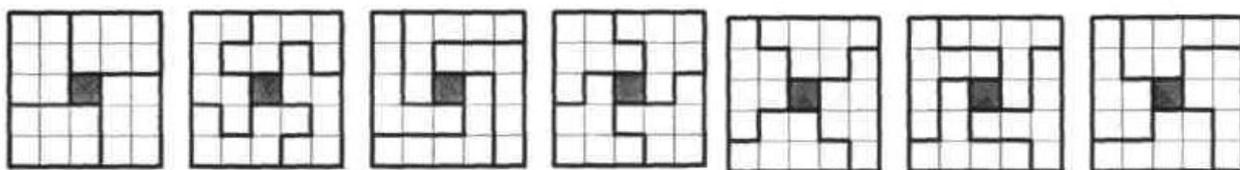


Рис.64

Деление фигуры на равные части несколькими способами, позволяют каждому ученику проявить себя, найти свой путь решения, отличный от других. Нахождение различных возможных вариантов решения, создают условия для самостоятельного поиска решения. Такие самостоятельные работы связаны с продуктивной деятельностью учащихся. Они формируют творческое мышление, развивают умение применять и добывать знания.

В отдельный подвид задач на разрезание можно выделить очень популярные задачи на разрезание с раскраской, отличающиеся от остальных задач на разрезание тем, что на доске есть раскраска клеток или в клеточке изображены некоторые элементы, и это накладывает дополнительные требования при поиске решения.

Задача 7. Разрежьте по клеточкам фигуру на 4 равные по форме и объему части так, чтобы в каждой был ровно 1 крестик и 1 точка (рис. 65).

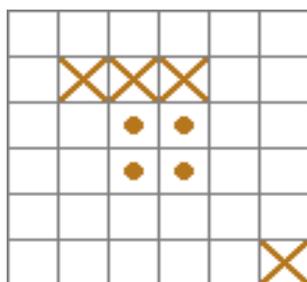


Рис.65

Наиболее распространенным типом задач на «превращения фигур» является квадрирование. Эти задачи привлекают прежде всего простотой формулировки.

Задача 8. Прямоугольник 4×9 клеток разрежьте по сторонам клеток на две равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

Решение: Посмотрим, сколько клеток будет содержать квадрат. $4 \cdot 9 = 36$, значит, сторона квадрата – 6 клеток, так как $36 = 6 \cdot 6$. Как разрезать прямоугольник – показано на рис. 66 а. Это способ разрезания называют ступенчатым. Как из полученных частей составить квадрат – показано на рис. 66 б.

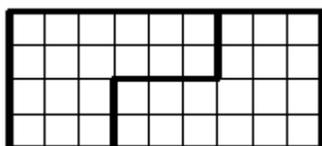


Рис.66 а

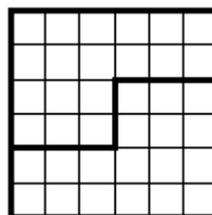


Рис.66 б

Задача 9. Из прямоугольника 10×7 клеток вырезали прямоугольник 1×6 клеток, как показано на рис. 67 а. Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

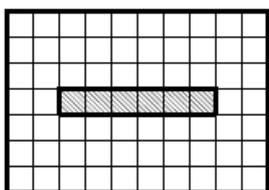


Рис.67 а

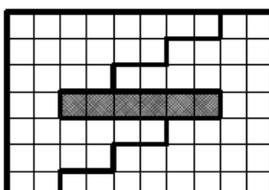


Рис.67 б

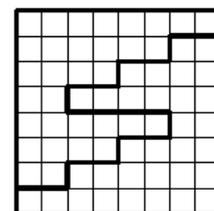


Рис.67 в

Решение: Площадь полученной фигуры 64 кв.ед., так как $10 \cdot 7 = 70$ (кв.ед.), $1 \cdot 6 = 6$ (кв.ед.), $70 - 6 = 64$ (кв.ед.). Поэтому квадрат будет со стороной 8 клеток. Как разрезать прямоугольник - показано на рис. 67 б, а как из этих частей составить квадрат – на рис. 67 в.

Задача 10. Разрежьте квадрат с дыркой двумя прямыми на 4 части так, чтобы из них и еще одного обычного квадрата 5×5 можно было сложить новый квадрат (рис. 68).

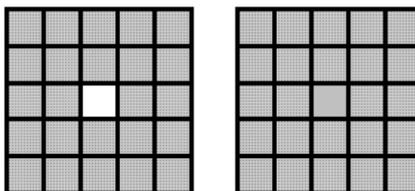


Рис. 68 а

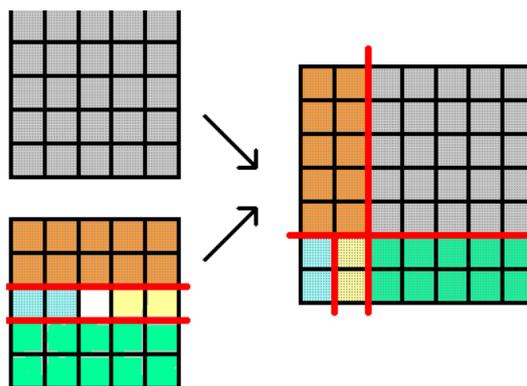


Рис.68 б

Решение: Здесь стоит сначала вычислить сторону квадрата, который должен получиться. Он будет состоять из столько же клеток, что и исходные фигуры, а их общая площадь составляет $5 \cdot 5 + (5 \cdot 5 - 1) = 49$ клеток. $49 = 7^2$, поэтому сторона квадрата равна 7 клеткам. Значит, нужно каким-то образом «нарастить» квадрат 5×5 . Разрезать квадрат с дыркой на 4 части двумя прямыми можно, только если эти прямые касаются краев дырки. Сделать это так, чтобы разрезу проходили по сторонам клеток, можно только так, как показано на рис. 68 б.

Задача 11. Для каждой из изображенных на рис. 69 фигур придумайте способ разрезать ее на две части, из которых можно сложить квадрат.

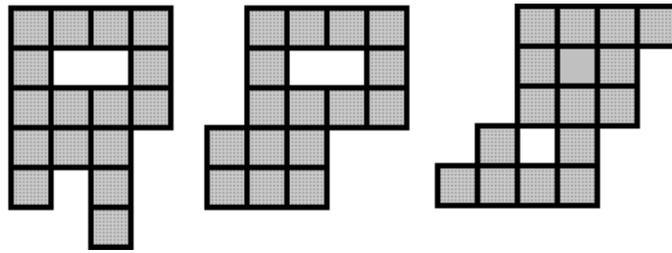


рис. 69

Решение: Каждая из указанных фигур состоит из $16=4 \cdot 4$ клеток, значит, квадрат получится размера 4×4 . Далее надо постараться «увидеть» часть этого квадрата на рисунке и часть фигуры, которую надо отрезать и передвинуть (рис. 70).

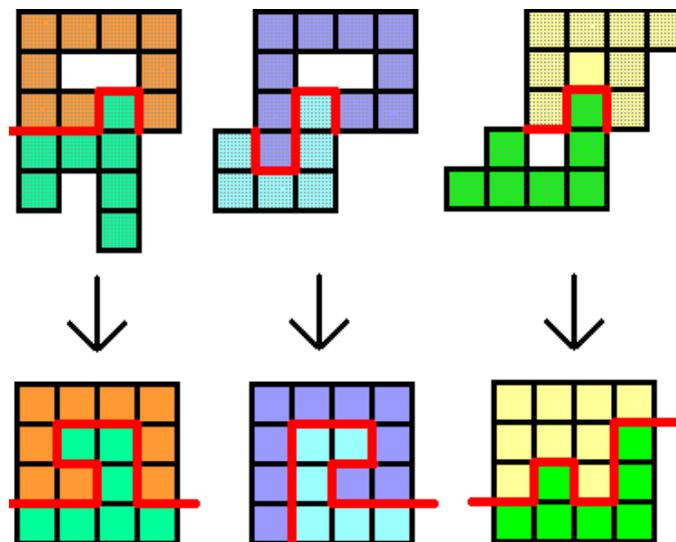


рис. 70

Задача 12. Разрежьте «мальтийский крест» (рис. 71) на 6 частей так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

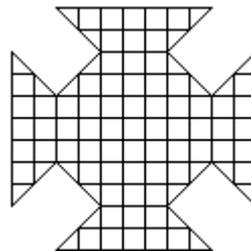


рис. 71

Решение: В этой задаче не стоит искать сторону квадрата, который должен получиться. Лучше просто внимательно посмотреть на чертеж. У мальтийского креста 4 оси симметрии: вертикальная, горизонтальная и две диагональных

(как, впрочем, и у квадрата). Обратим особое внимание на диагональную ось симметрии и постараемся делать наши разрезы симметричными относительно нее. Если провести два длинных диагональных разреза (рис. 72), «вытащить» прямоугольник, образовавшийся внутри, а оставшиеся две части сдвинуть друг к другу, получится «квадрат» с двумя «дырками» в углах. Чтобы их заполнить, надо разрезать оставшийся прямоугольник на 4 части. Это легче будет сделать, вновь принимая во внимание соображения симметрии.

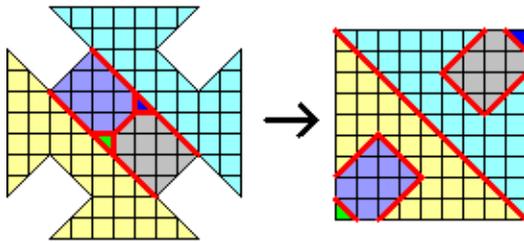


рис. 72 а

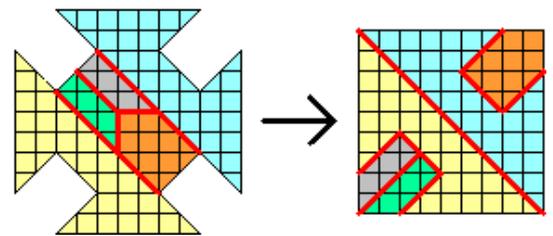


рис. 72 б

Задача 13. Дано три квадрата: 2×2 , 6×6 и 9×9 . Разрежьте самый большой квадрат на три части так, чтобы из полученных пяти фигур можно было сложить один квадрат.

Решение: В этой задаче несложно вычислить площадь квадрата, который мы пытаемся собрать. Она равна $2 \cdot 2 + 6 \cdot 6 + 9 \cdot 9 = 4 + 36 = 40 = 20^2$, поэтому квадрат будет иметь сторону 20. Дальнейший ход решения зависит от вашего воображения. Кстати, вполне возможно, что приведенный в ответе способ разрезания — не единственный (рис. 73).

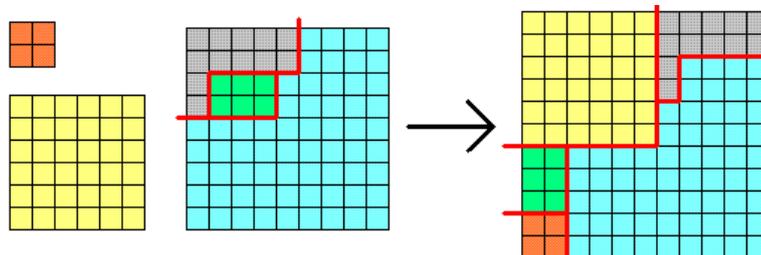


рис. 73

Задача 14. Превратите «лесенку» (рис. 74 а) в квадрат, разрезав ее на три части. Решение представлено на рис. 74 б.

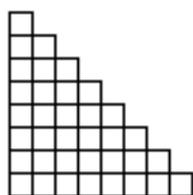


Рис.74 а

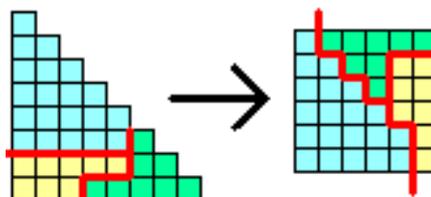


Рис.74б

Задача 15. Превратите зубчатый квадрат (рис. 75 а) в обыкновенный, разрезав его на 5 частей. Решение представлено на рис. 75 б.

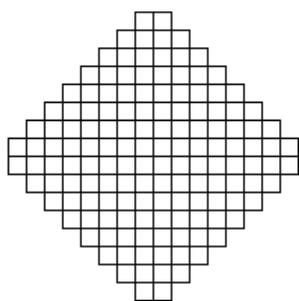


Рис.75 а

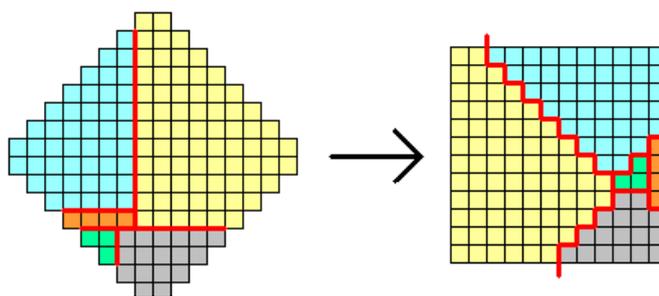


Рис.75 б

Тему, связанную с разрезаниями, закончим следующим известным парадоксом. Разрежем квадрат 8×8 на четыре части, как показано на рис. 76 а, и составим из них прямоугольник (рис. 76 б). Площадь квадрата равна 64, а площадь полученного прямоугольника – 65. Таким образом, при разрезании квадрата откуда-то взялась лишняя клетка! Разгадка парадокса состоит в том, что чертежи выполнены не совсем точно. Если делать чертеж аккуратно, то вместо диагонали прямоугольника на рис. 76 б появится ромбовидная, чуть вытянутая фигура со сторонами, которые кажутся почти слившимися. Площадь этой фигуры как раз и дает одно «лишнюю» клетку. [6]

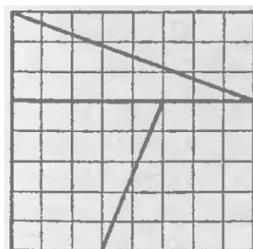


Рис.76 а



Рис.76 б

Тема 3. Игры на клетчатой бумаге

Многие игры требуют специального инвентаря. Но существуют игры, затеи, шутки, головоломки, для проведения которых достаточно иметь лишь карандаш и бумагу, а они всегда у каждого найдутся.

Приведем описание ряда игр, для проведения которых нужна лишь клетчатая бумага. Они развивают сообразительность и находчивость, волю и упорство.

1. Крестики – нолики. Популярная игра в крестики – нолики состоит в следующем. Двое по очереди рисуют на листе клетчатой бумаги крестики и нолики. Первый игрок рисует крестики, второй – нолики. Выигрывает тот, кто первым поставит определённое количество своих знаков в ряд (по вертикали, горизонтали или диагонали). К этой игре относится следующая задача: докажите, что при игре в крестики – нолики второй игрок, как бы хорошо он ни играл, не может рассчитывать больше, чем на ничью, если его партнёр играет правильно.

2. Бридж-ит («перебрось мостик!»). На рис. 77 показана доска для игры в бридж-ит. Участники игры по очереди проводят вертикальные или горизонтальные линии, соединяющие две соседние точки «своего» цвета: один игрок соединяет синими линиями синие точки, другой – чёрными линиями чёрные точки.

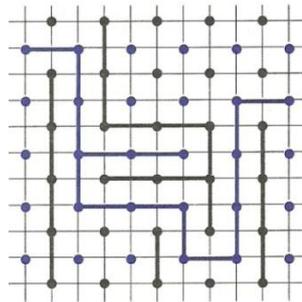


Рис.77

Линии противников нигде не должны пересекаться. Выигрывает тот, кто первым построит ломаную, соединяющую две противоположные стороны

доски «своего» цвета. Так на рисунке выиграли «синие». В этой игре у начинающего игру есть выигрышная стратегия.

3. Солитер

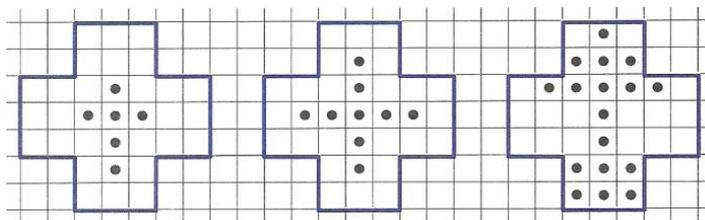


рис. 78

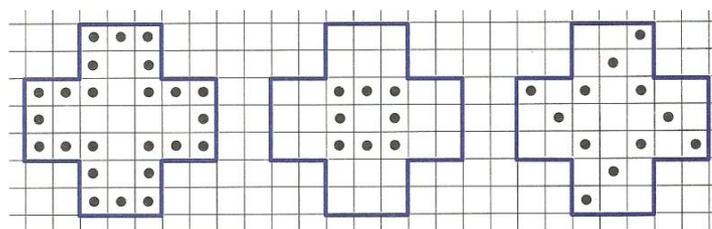


рис. 79

Для игры в солитер нужны игровое поле – доска из 33 клеток и фишки, шашки или монетки. Игра начинается с того, что на все клетки доски, кроме центральной, расставляются фишки. Цель игры состоит в том, чтобы после ряда «прыжков» на доске осталась всего одна фишка. «Прыжок» означает следующее: фишка переносится на свободную клетку через любую соседнюю фишку, которая при этом снимается с доски, причём фишки могут прыгать влево, вправо, вверх и вниз (но не по диагонали). Каждый ход обязательно должен быть прыжком через фишку. Если очередной ход невозможен, то игра заканчивается.

4. Морской бой

В игру «Морской бой» играют два человека, которые по очереди называют координаты кораблей на карте противника. Если координаты заняты, то корабль или часть его «топится», а попавший имеет право сделать ещё один ход. На рисунке 80 показан пример игрового поля.

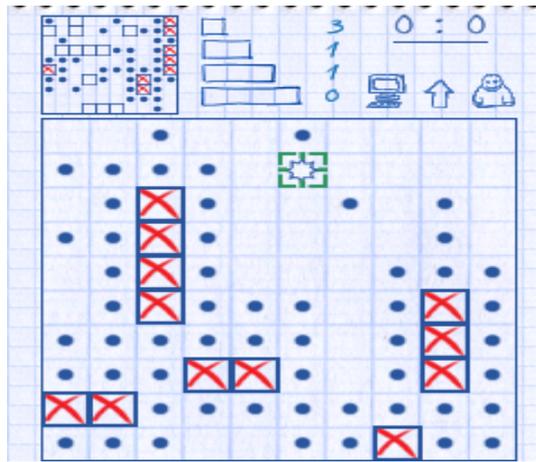


Рис.80

5. Две клетки.

На листе бумаги в клетку рисуют квадрат – например, 8 x 8. Два игрока, имеющие ручки с разноцветными стержнями, рисуют в нем линии длиной в две клетки, по центру клеток. Проигрывает тот, кому негде будет нарисовать очередную линию, ведь пересекать уже нарисованные отрезки нельзя (рис. 81).

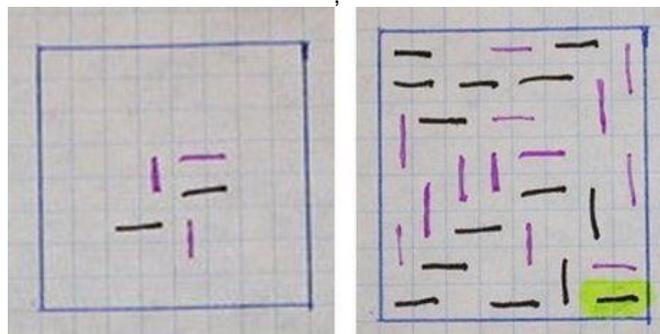


Рис.81

6. Точки. Игровое поле можно обвести линией и запретить правилами ставить точки на этой границе. У каждого игрока должна быть ручка или карандаш своего цвета. По очереди игроки ставят точки в произвольных местах на пересечении клеток.

Цель игры – захватить как можно больше бумажных владений. Территория считается захваченной, если она обнесена точками своего цвета. Точки должны располагаться друг от друга на расстоянии в одну клеточку по

горизонтали, вертикали или диагонали. Захваченная территория закрашивается своим цветом или вокруг нее рисуется крепостная стена (жирная линия). Если вам удалось обнести точками территорию или точки противника - они ваши (рис. 82). После такого захвата игроку предоставляется право внеочередного хода. В некоторых вариантах игры захватывать можно только те территории, где уже есть неприятельские укрепления. В других вам доступны любые земли, в том числе и свободные. В конце игры подсчитывается размер захваченных земель и объявляется победитель.

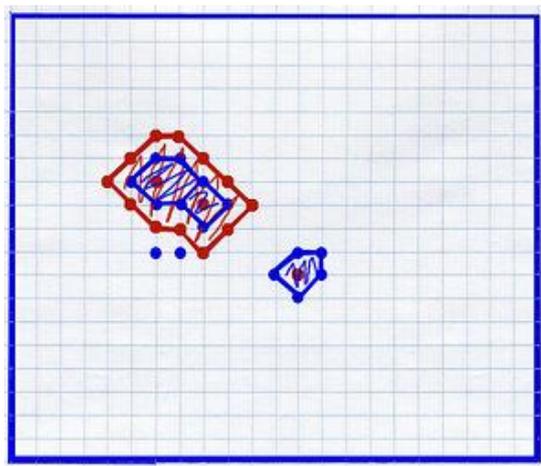


Рис.82

Тема 4. Магические квадраты

Магический, или волшебный квадрат – это квадратная таблица, заполненная числами таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова. Если в квадрате равны суммы чисел только в строках и столбцах, то он называется полумагическим.

Этот вид головоломок можно встретить и на страницах учебников математики, например, в [30]предлагается заполнить магический квадрат, зная сумму 48 (рис. 83):

13	20	
	16	
17		

Рис.83

Задача 16. Построить магический квадрат 3×3 , у которого число, расположенное посередине равно 13.

Решение:

10	17	12
15	13	11
14	9	16

Рис.84

Рассмотрим основные свойства магических квадратов.

Свойство 1. Магический квадрат останется магическим, если все числа, входящие в его состав, увеличить или уменьшить на одно и то же число.

Свойство 2. Магический квадрат останется магическим, если умножить или разделить все его числа на одно и то же число.

Пример. В квадрате на рис. 85 а магическая сумма равна 15; квадрат на рис. 85 б получается из него прибавлением 17 к каждому числу, его волшебная сумма равна $15 + 3 \cdot 17 = 66$; умножив все числа в новом квадрате на 2, получим еще один квадрат (рис. 85 в), магическая сумма которого равна $2 \cdot 66 = 132$.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Рис.85 а

19	26	21
24	22	20
23	18	25

Рис.85 б

38	52	42
48	44	40
46	36	50

Рис.85 в

Свойство 3. Из двух магических квадратов можно получить третий, складывая числа, расположенные в соответствующих полях. Магическая сумма такого квадрата равна сумме магических сумм обоих слагаемых: $81 = 15 + 66$ (см. рис. 86).

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 9 & 4 \\ \hline 7 & 5 & 3 \\ \hline 6 & 1 & 8 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 19 & 26 & 21 \\ \hline 24 & 22 & 20 \\ \hline 23 & 18 & 25 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 21 & 35 & 25 \\ \hline 31 & 27 & 23 \\ \hline 29 & 19 & 33 \\ \hline \end{array}$$

Рис.86 а

Рис.86 б

Рис.86 в

Исходя из этих свойств, составляя какой-либо магический квадрат, достаточно сначала составить его из простейших чисел, т. е. из чисел натурального ряда, а затем путем умножения, деления, увеличения или же уменьшения и складывания этих чисел можно получить бесконечное число магических квадратов с самыми разнообразными магическими суммами.

На занятиях кружка предусмотрено решение интересных головоломок, занимательных задач, геометрических игр, что поможет развить у учащихся смекалку и находчивость при решении задач. Каждое предложенное задание требует применения геометрических знаний в необычной ситуации, что позволяет проверить качество освоения геометрического материала, готовность ученика использовать полученные знания и умения для решения нестандартных и исследовательских задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей выпускной квалификационной работе приведена подборка и классификация задач на клетчатой бумаге, относящихся к различным разделам математики, и представлена программа математического кружка по теме «Занимательные задачи и игры на клетчатой бумаге»

Анализ школьных учебников [1, 2, 16, 23,28,32, 33] показал, что задачи на клетчатой бумаге представлены в каждом из них, но фрагментарно; они мало связаны с изучаемым материалом, направлены в основном на формирование практических измерительных навыков (задачи на измерение, вычисление, нахождение и сравнение: длин отрезков, длин ломаных, периметров и площадей фигур), развитие мелкой моторики и внимания (задачи на вычерчивание фигур и раскраску) или носят занимательный характер (задачи на разрезание). Практически не представлены задачи на клетчатой бумаге, направленные на формирование пространственного мышления.

Изучение учебно-методической литературы и интернет-ресурсов позволило расширить класс задач на клетчатой бумаге и провести их классификацию. Среди геометрических задач выделены следующие типы: пространственно-ориентационные упражнения (к ним относятся «зрительные» и «слуховые» диктанты, построение и создание орнаментов: продолжить узор по заданному образцу, найти закономерность и дочертить линию, выбрать, каким кусочком продолжить узор), задачи на вычерчивание и построение геометрических фигур (построение фигуры по образцу или заданным параметрам, преобразование фигуры, построение симметричных фигур, построение пересечения и объединения геометрических фигур, изображение пространственных фигур по образцу, построение развёрток), задачи на измерение и вычисление величин (измерение и сравнение отрезков, ломаных линий и периметров фигур; задачи на нахождение площадей фигур: наложением, пересчитыванием клеток, превращением в равновеликие, с

помощью палетки). При решении арифметических задач клетчатая бумага применяется в качестве «внешней опоры».

Во второй главе представлена программа математического кружка по теме «Занимательные задачи и игры на клетчатой бумаге». В пояснительной записке формулируются цель и задачи; определены рекомендуемые формы и методы проведения занятий, ожидаемые результаты, основные виды деятельности учащихся; приведен календарно-тематический план занятий. На занятиях кружка предлагается изучить задачи на разрезание и раскраску, игры на клетчатой бумаге и построение магических квадратов. Предлагаемые задачи и головоломки носят частично поисковый характер, процесс выполнения которых связан с необходимостью проведения зрительного анализа или синтеза, активизацией пространственного анализа, активизацией интуиции ребенка, опирающейся на его опыт и продуцирующей догадку или на ранее усвоенные знания, умения и навыки, позволяющие включить в активную познавательную деятельность всех учеников класса.

Собранный в выпускной квалификационной работе материал может быть использован в учебном процессе начальной школы для проведения уроков и различного рода внеурочных занятий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Александрова, Э.И. Математика: учебник для 2 класса общеобразовательных учреждений. В двух частях. Часть 1. / Э.И. Александрова. – Москва : Вита пресс, 2004. – 129с.
2. Александрова, Э.И. Математика: учебник для 3 класса общеобразовательных учреждений. В двух частях. Часть 1. / Э.И. Александрова. – Москва : Вита пресс, 2004. – 39с.
3. Александрова, Э.И. Пояснительная записка [Электронный ресурс] / Э.И. Александрова // Вестник образования. – 2000. – № 18. – / Режим доступа: <http://periodika.websib.ru/node/7145>.
4. Аполонова, Г.А. Занимательные задания на уроках математики в средней школе [Электронный ресурс] / Г.А. Аполонова // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – Режим доступа: URL: <http://festival.1september.ru/articles/313674>.
5. Ахмедзянова, Ф.Н. Обучение младших школьников решению нестандартных олимпиадных задач [Электронный ресурс] / Ф.Н. Ахмедзянова. – Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/622285>.
6. Байрамукова, П.У. Методика обучения математике в начальных классах: курс лекций / П.У. Байрамукова, А.У. Уртеннова. – Ростов н/Д : Феникс, 2009. – 299 с.
7. Баракина, Т.В. Обучение младших школьников решению задач на геометрические построения / Т.В. Баракина // Начальная школа. – 2013. – № 5. – С. 48–51.
8. Белошистая, А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций / А.В. Белошистая. – Москва : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2005. – 455с.
9. Гарднер, М. Математические чудеса и тайны / М. Гарднер. – Москва: Наука, 1986. – 128с.

10. Григорьева, Г. И. Подготовка школьников к олимпиадам по математике: 5 – 6 классы: методическое пособие / Г. И. Григорьева. – Москва : Глобус, 2009. – 65с.
11. Гаркавцева, Т. Ю. Геометрический материал в I классе как средство развития пространственного мышления учащихся: из опыта работы с тетрадью "Наглядная геометрия" / Т. Ю. Гаркавцева // Начальная школа. – 2006. – № 10. – С. 31–34.
12. Екимова, М. А. Задачи на разрезание / М. А. Екимова, Г. П. Кукин – М.: МЦНМО, 2002 – 120с.
13. Жарковская, Н. М. Геометрия клетчатой бумаги. Формула Пика / Н. М. Жарковская, Е. А. Рисс // Математика. – 2009. – № 17. – С 28–30.
14. Зайкин, М.И. Развивай геометрическую интуицию: книга для учащихся 5-9 классов общеобразовательных школ / М.И. Зайкин. – Москва : Просвещение, 1995. – 112 с.
15. Зенкевич, И.Г. Эстетика урока математики: пособие для учителя / И.Г. Зенкевич. – Москва : Просвещение, 1981.
16. Истомина, Н.Б. Математика: учебник для 3 класса общеобразовательных учреждений. В двух частях. Часть 2 / Н.Б. Истомина. – Смоленск : Ассоциация XXI, 2014. – 120 с.
17. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах / Н.Б. Истомина. – Москва : Издательский центр «Академия», 2001. – 288 с.
18. Канунников, А. Л. Геометрия на клетчатой бумаге. Малый МЕХмат МГУ [Электронный ресурс] / А. Л. Канунников , С. Л. Кузнецов // Режим доступа: <http://mmmf.msu.ru/archive/20082009/KanunnikovKuznetsov/2.html>.
19. Карасёв, П.А. Элементы наглядной геометрии в школе / П.А. Карасёв. – Москва : Учпедгиз, 1955. – 212 с.
20. Коваленко, В.Г. Дидактические игры на уроках математики / В.Г. Коваленко. – Москва : Просвещение, 1990. – 96 с.
21. Кордемский, Б.А. Увлечь школьников математикой / Б.А.Кордемский. – Москва : Просвещение, 1981. – 112 с.

22. Костромина, Н.И. Арифметические задачи на клетчатой бумаге / Н.И. Костромина, М.Э. Костромина // Начальная школа. – 2000. – № 4. – С. 45–49.
23. Кочурова Е.Э. Математика: 1 класс: рабочая тетрадь № 1 для учащихся образовательных учреждений / Е.Э.Кочурова. – Москва : Вентана–Граф, 2011. – 48 с.
24. Криштапова, В. Геометрия на клетчатой бумаге [Электронный ресурс] / В. Криштапова // Школьный фестиваль наук. – Режим доступа: <https://infourok.ru/issledovatelskaya-rabota-geometriya-na-kletchatoy-bumage-503955.html>.
25. Кулагина, Н.В. Эффективные приемы, используемые на уроках в начальной школе [Электронный ресурс] / Н.В. Кулагина. – Режим доступа: <http://festival.1september.ru>.
26. Линдгрэн, Г. Занимательные задачи на разрезание / Г. Линдгрэн. – Москва : Мир, 1977. – 256 с.
27. Маслова, Г.Г. Занимательные задачи и игры с математическим содержанием в 4-5 классах / Г.Г. Маслова, Э.А. Янгибаева // Современные проблемы методики преподавания математики: Сб. статей. – Москва : Просвещение, 1985. – С. 113-119.
28. Моро, М.И. Математика: учебник для 1 класса. В двух частях. Часть 1 / М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова. – Москва : Просвещение, 2005. – 27с.
29. Моро, М.И. Математика: учебник для 2 класса. В двух частях. Часть 2 / М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова. – Москва : Просвещение, 2005. – 20с.
30. Моро, М.И. Математика: учебник для 3 класса. В двух частях. Часть 1 / М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова. – Москва : Просвещение, 2005. – 50с.

31. Овчинникова, М.В. Методические рекомендации для студентов факультета «Начальное обучение. Дошкольное воспитание» / М.В. Овчинникова. – Ялта : ЦОП «Надежда», 2000. – 54 с.
32. Петерсон, Л.Г. Учебник по математике 4 класс. Часть вторая. [Электронный ресурс] / Л.Г. Петерсон. – Москва : Ювента, 2013. – Режим доступа: <http://www.otbet.ru/book/class-4/matematika/uchebnik-peterson-1-chast-vtoraya>.
33. Рудницкая, В.Н. Математика: 1 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений: в 2 ч. Ч.2 / В.Н. Рудницкая. – Москва : Вентана–Граф, 2012. – 144 с.
34. Сердюк, Н. Рисуем на листе бумаги в клетку [Электронный ресурс] / Н. Сердюк. – Режим доступа: <HTTP://WWW.MI-RODITELI.COM/2011-06-28-19-13-17>.
35. Смирнова, И. М. Геометрические задачи с практическим содержанием / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – Москва : Чистые пруды, 2010. – 138с.
36. Смирнова, И. М. Геометрия на клетчатой бумаге / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – Москва : Чистые пруды, 2009. – 264 с.
37. Смирнова, И. М. Построения на клетчатой бумаге [Электронный ресурс] / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – Режим доступа: <http://geometry2006.narod.ru/Art/Kletka.htm>.
38. Стойлова, Л.П. Математика / Л.П. Стойлова. – Москва: Издательский центр «Академия», 2005. – 424 с.
39. Фатеева, Н.И. Образовательные программы начальной школы / Н.И. Фатеева. – Москва : Издательский центр «Академия», 2013. – 176 с.
40. Холева, О.В. Развитие познавательного интереса на уроках математики [Электронный ресурс] / О.В. Холева // Проблемы и перспективы развития образования: материалы IV междунар. науч. конф. – Пермь : Меркурий, 2013. – С. 106-109. – URL: <http://www.it-n.ru/attachment.aspx?id=84814>.

41. Шарыгин, И.Ф. Математика: задачи на смекалку: учеб.пособие для 5-6 кл. общеобразоват. учреждений. / И.Ф.Шарыгин. – Москва : Просвещение, 1995. – 80 с.
42. Шарыгин, И. Ф. Наглядная геометрия: учебное пособие для учащихся 5-6 классов / И. Ф. Шарыгин, Л. Н. Ерганжиева. – Москва : МИРОС, 1995. – 240с.
43. Шуба, М.Ю. Занимательные задания в обучении математике / М.Ю. Шуба. – Москва : Просвещение, 1994. – 222 с.
44. Юлдашева, Д.М. Урок математики «Измерение величины с помощью набора мерок. [Электронный ресурс] / Д.М. Юлдашева. – Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/416684>.