Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал Сибирского федерального университета

Высшей математики, информатики и естествознания
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование
код и наименование направления

РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К ИЗУЧЕНИЮ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ

Руководитель ________ Т.В. Захарова
подпись инициалы, фамилия

Выпускник ________ Ю.Л. Прокопьева
подпись инициалы, фамилия

Лесосибирск 2019

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал Сибирского федерального университета

Высшей математики, информатики и естествознания
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование
код и наименование направления

РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К ИЗУЧЕНИЮ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ

Работа защищена «25» июня 2019 г. с оценкой «удовлетворит.»

Председатель ГЭК ____________ подпись А.М.Гилязутдинова
инициалы, фамилия

Члены ГЭК
____________ подпись Е.Н. Яковлева
инициалы, фамилия
____________ подпись Н.Ф. Романцова
инициалы, фамилия
____________ подпись А.А. Степанов
инициалы, фамилия
____________ подпись В.В. Фирер
инициалы, фамилия

Руководитель ____________ подпись Т.В. Захарова
инициалы, фамилия

Выпускник ____________ подпись Ю.Л. Прокопьева
инициалы, фамилия

Лесосибирск 2019

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме: «РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К ИЗУЧЕНИЮ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ» содержит 54 страниц текстового документа, 40 использованных источника, 5 таблицы и приложение.

ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА, ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ, СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА, СВОЙСТВА ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ.

Актуальность исследования является в том, что одной из тем в курсе математики в средней школе является тема «Логарифмы». Тема является укоренившейся в курсе алгебры средней школы, но очень непросто дается учащимся из-за подачи многообразия материала. Изучение логарифмических функций, согласно федеральным государственным образовательным стандартом, включено в школьный курс математики.

Цель исследования – является рассмотрение различных подходы к изучению логарифмической функции в школьном курсе математике.

Объектом исследования – является процесс обучения математики в средней школе.

Предметом исследования – являются подходы к изучению логарифмических функций на уроках математики.

Основные задачи исследования:

1) Раскрыть историю открытия логарифма;
2) Проанализировать различные подходы к изучению логарифмической функции;
3) Рассмотреть особенности изучения логарифмической функции в школьном курсе математики;
4) Разработать систему упражнений по теме «Логарифмическая функция».

Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе основной школы.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ………………………………………………………………… 5
1. Теоретические основы изучения логарифмической функции в школьном курсе математике ……………………………………………… 8
1.1 История открытия логарифма ………………………………........ 8
1.2 Различные подходы к изучению логарифмической функции в школьном курсе математики ……………….. 12
2. Методические рекомендации по изучению логарифмической функции в школьном курсе математики ………………………………… 19
2.1 Особенности изучения логарифмической функции в школьном курсе математики ……………... 19
2.2 Система упражнений по теме «Логарифмическая функция» в школьном курсе матиматики.. 22
Заключение ……………………………………………………………… 30
Список использованных источников …………………………………….. 32
Приложение А Анализ учебников разных авторов……………………... 36
Приложение В Методическая карта урока изучения нового материала.. 39
Приложение С Методическая карта урока закрепления изученного материала………………………………………………………………… 41
Приложение D Конспект урока…………………………………………… 43
Приложение Е Конспект урока…………………………………………… 49

ВВЕДЕНИЕ

Математические знания необходимы человеку практически в любой сфере деятельности, и эта необходимость положительно сказывается на развитии науки и техники. Математика на протяжении всего времени обучения в школе постоянно помогает обучающимся выяснять все стороны взаимосвязей в окружающей жизни, позволяет применять на практике изучаемые теоретические положения. Овладение практически любой профессией невозможно без математических знаний. Для жизненной самореализации, возможности продуктивной деятельности в современном мире требуется достаточно прочная математическая подготовка.

Одной из тем в курсе математики в средней школе является тема «Показательной и логарифмической функции». Тема является укоренившейся в курсе алгебры средней школы, но очень непросто дается учащимся из-за подачи многообразия материала. Изучение логарифмических функций, согласно федеральным государственным образовательным стандартом, включено в школьный курс математики, однако, форма предоставления материала значительно отличается от учебников более старшего поколения, в сторону меньшей детализации. Заметно снижена роль и уровень требований к логарифмическим преобразованиям выражений и вычислениям.

В школьном курсе «Алгебра и начала анализа» учащиеся систематически изучают показательную и логарифмическую функции и их свойства, тождественные преобразования логарифмических и показательных выражений и их применение к решению соответствующих уравнений и неравенств, знакомятся с основными понятиями, утверждениями.

По теме «Логарифмическая функция» в программу входит рассмотрение и изучение следующих вопросов: Логарифм числа. Основные свойства логарифмов. Логарифмическая функция, её свойства и график. Решение логарифмических уравнений и неравенств. Число *e* и натуральный логарифм.

Основная цель раздела изучения показательной и логарифмической функции состоит в ознакомлении учащихся с показательной, логарифмической и степенной функцией и в том, чтобы научить их решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Для обучающихся очень важно овладеть навыками решения логарифмических уравнений очень важно, так как у них повышаются умственные и творческие способности, обогащается математическая культура а так же развиваются способности к логическому мышлению, происходит повторение, расширение и более глубокое усвоение учебного материала.

Для того чтобы обучающиеся смогли успешно пройти итоговую аттестацию в форме ЕГЭ по математике, необходимо на уроках уделять значительное внимание решению логарифмических уравнений. При изучении данной темы на уроках алгебры плодотворная учебная деятельность обучающихся, а так же заинтересованность их темой возможна только при условии использования на уроках определенных приемов, комплекса задач и упражнений, поэтому данная тема является актуальной.

Целью исследования является рассмотрение различных подходов к изучению логарифмической функции в школьном курсе математике.

Объектом исследования является процесс обучения математики в средней школе.

Предметом исследования являются подходы к изучению логарифмической функции на уроках математики.

Основные задачи исследования:

1. Раскрыть историю открытия логарифма;

2. Проанализировать различные подходы к изучению логарифмической функции;

3. Рассмотреть особенности изучения логарифмической функции в школьном курсе математики;

4. Разработать систему упражнений по теме «Логарифмическая функция», в соответствии с базовым и профильным уровнем.

Методы исследования:

1. Теоретический анализ учебной, учебно-методической, научной литературы по теме исследования;

2. Обобщение педагогического передового опыта.

Методологической основой выступают труды отечественных и зарубежных ученых: Л.О. Денищевой, [23] А.П. Киселева, [10] А.Н. Колмогорова, [11] Т.А. Корешковой, [23] А.Г. Мордковича, [22] Т.Н. Мишустиной, [23] В.П. Покровского, [27] П.В. Семенова, [24] Е.Е. Тульчинской [23].

Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе основной школы.

По результатам исследования опубликована статья «Различные подходы к изучению логарифмической функции в школьном курсе» // Днепр. Наука и образование. – 2018. – с.

Структура работы – работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, включающего 40 наименований. Результаты работы представлены в 5 таблицах. В 3 приложениях представлены материалы анализ учебников, методическая карта урока изучение нового материала, методическая карта урока закрепления изученного материала.

1 Теоретические основы изучения логарифмической функции в школьном курсе математике

1.1 История открытия логарифма

Принцип, лежащий в основе любой системы логарифмов, известен очень давно и может быть прослежен вглубь истории вплоть до древневавилонской математики (около 2000 до н.э.).

В те времена интерполяция между табличными значениями целых положительных степеней целых чисел использовалась для вычисления сложных процентов.

Основная идея логарифмов возникла еще в глубокой древности. Так, в сочинении «Псаммит» древнегреческого математика Архимеда (287-212 гг. до нашей эры) мы читаем: «Если будет дан ряд чисел в непрерывной пропорции, начиная от 1, и если два его члена перемножить, то произведение будет членом того же ряда, настолько удаленным от большего множителя, насколько меньший удален от единицы, и одним членом меньше против того, насколько удалены оба множителя месте» [38].

Здесь под «непрерывной пропорцией» Архимед разумеет геометрическую прогрессию, которую мы записали бы так:

$$1, a, a^2, \ldots$$

В этих обозначениях правило, формулированное Архимедом, будет выражено формулой:

$$a^m a^n = a^{m+n}.$$

Отсюда мы видим, что Архимед вполне ясно владел понятием степени с целым показателем и той связью, какая имеется между действиями со степенями и действиями с показателями. Однако от установления этой связи до использования ее в логарифмических вычислениях было еще очень далеко. Во времена Архимеда алгебраическая символика совершенно отсутствовала. Это препятствовало обобщению понятия степени на случай нецелых показателей.

Кроме того, греческая нумерация была настолько примитивна, что письменный счет в ней был невозможен. Не было и речи и о каких-либо вычислительных таблицах. Но и достигнутое античной наукой было надолго похоронено под развалинами Римской империи [38].

Натуральное хозяйство и господство религиозной догмы, характерные для эпохи раннего средневековья (V-XI в.в.), привели к глубокому застою в развитии науки, и в частности, математики. Потребности даже в элементарном счете были весьма ограниченны. Лишь развитие средиземноморской торговли, начиная с XII-XIII столетия, усилило в итальянских торговых республиках интерес к вопросам счета. В это время европейцы узнали от арабов индусскую цифровую систему [35].

XV век отмечен значительным расцветом науки и искусства в городах Италии, а затем Германии и Франции. Но эта новая наука развивалась не в университетах, которые оставались оплотом богословия, а в частных кружках передовых, образованных людей, в мастерских художников и ремесленников. В сочинениях по арифметике того времени мы встречаем такое же сопоставление арифметической и геометрической прогрессий, какое видели у Архимеда [26].

В конце Средних веков и начале Нового времени математики все чаще стали обращаться к соотношению между геометрической и арифметической прогрессиями. М. Штифель в своем сочинении «Арифметика целых чисел» (1544) привел таблицу положительных и отрицательных степеней числа 2 [38].

Он заметил, что сумма двух чисел в первой строке (строке показателей степени) равна показателю степени двойки, отвечающему произведению двух соответствующих чисел в нижней строке (строке степеней).

В связи с этой таблицей Штифель сформулировал четыре правила, эквивалентных четырем современным правилам операций над показателями степеней или четырем правилам действий над логарифмами [38]:

– сумма в верхней строке соответствует произведению в нижней строке;

– вычитание в верхней строке соответствует делению в нижней строке;

– умножение в верхней строке соответствует возведению в степень в нижней строке;

– деление в верхней строке соответствует извлечению корня в нижней строке.

Еще более крупные успехи в развитии счета мы видим позже в Нидерландах, освободившихся уже от испанского владычества и выходивших тогда на историческую арену. Ученый инженер Симон Стевин (1548-1620) издал таблицу сложных процентов, т. е. значений чисел $(1 + r)^n$ при различных r: $r = 0{,}05$, $r = 0{,}04$, ...

При этом следует отметить, что все вычисления он производил в десятичных дробях, им же открытых. Уже тогда он высказал мысль и о создании десятичной системы мер [35].

Заметим кстати, что десятичные дроби были открыты еще за 150 лет до Стевина узбекским математиком по имени Гияс-ад-Дин Джемшид ибн-Масуд, одним из сотрудников знаменитого астронома Улугбека, но это открытие тогда не дошло до Европы [33].

Сам Стевин имел в виду применение составленных им таблиц лишь в торгово-финансовых расчетах. Но, по-видимому, знакомство с этими таблицами привело современника Стевина швейцарца Поста Бюрги (1552-1632) к составлению таблиц, которые были пригодны для облегчения всевозможных вычислений. Бюрги пришлось заниматься большой вычислительной работой, так как он, состоя в должности придворного часовщика и мастера по астрономическим инструментам, работал в Праге одновременно со знаменитым астрономом Иоганном Кеплером и помогал ему в астрономических наблюдениях и вычислениях [33].

Это достоинство логарифмов было использовано при изобретении счетной логарифмической линейки (XVII в.), которая наряду с таблицами логарифмов использовалась в школе.

Сам термин «Логарифм» предложил Дж. Непер, он возник из сочетания греческих слов *logos* (отношение) и *arithmos* (число), которое означало «число отношений» [26].

Логарифмы с основанием ввел учитель математики Спейдел. Слово основание заимствовано из теории о степенях и перенесено в теорию логарифмов Эйлером. Глагол «логарифмировать» появился в 19 веке у Коппе. Коши же первый предложил ввести различные знаки для десятичных и натуральных логарифмов. Обозначения, близкие к современным ввел немецкий математик Прингсхейм в 1893 году. Именно он обозначал логарифм натурального числа через *ln*. Определение логарифма как показателя степени данного основания можно найти у Валлиса (1665 год), Бернулли (1694 год) [26].

В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов» (лат. *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*). В нём было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом 1. Так же термин логарифм, предложенный Непером, утвердился в науке [33].

Понятия функции тогда ещё не было, и Непер определил логарифм кинематически, сопоставив равномерное и логарифмически-замедленное движение, например, логарифм синуса он определил следующим образом: «Логарифм данного синуса есть число, которое арифметически возрастало всегда с той же скоростью, с какой полный синус начал геометрически убывать» [35].

К сожалению, все значения таблицы Непера содержали вычислительную ошибку после шестого знака. Однако это не помешало новой методике вычислений получить широчайшую популярность, и составлением логарифмических таблиц занялись многие европейские математики, включая Кеплера [33].

Близкое к современному понимание логарифмирования – как операции, обратной возведению в степень – впервые появилось у Валлиса и Иоганна Бернулли, а окончательно было узаконено Эйлером в XVIII веке.

В книге «Введение в анализ бесконечных» (1748) Эйлер дал современные определения как показательной, так и логарифмической функций, привёл разложение их в степенные ряды, особо отметил роль натурального логарифма [38].

Эйлеру принадлежит и заслуга распространения логарифмической функции на комплексную область.

Итак, логарифмическая функция использовались для облегчения вычислений с помощью специально составленных таблиц, которые помогали осуществить переход от чисел к их логарифмам и обратно. Открытие логарифмов позволило заменить умножение и деление многозначных чисел действиями более низкого порядка – сложением и вычитанием их логарифмов (показателей степеней), что имело огромное значение для практики вычислений.

1.2 Различные подходы к изучению логарифмической функции в школьном курсе математики

Традиционно логарифмическая функция преподается после изучения показательной функции, связывается это с тем, что детального рассмотрения связи между обратными функциями в школе не предусмотрено. Однако, после возвращения, понятия «обратная функция» в Федеральный государственный образовательный стандарт [34], во многих учебниках появилось теоретическое обоснование обратных функций, как имеющие тесную взаимосвязь свойств и графиков показательной и логарифмической функций как взаимно обратных. Однако данный материал является дополнительным и обобщающим, дающий более широкое представление о логарифмических функциях и ее свойствах [9].

В некоторых учебниках [1, 4, 8, 11] встречается подход, в котором логарифмическая функция представляется как обратная показательной. Введем определение: Логарифмическая функция $y = log_a x$ является обратной показательной функции $y = a^x$. Такое определение, строится на основе теоретических положений о взаимно обратных функциях – функцию, принимающую каждое свое значение в единственной точке области определения, называют обратной. Этот подход предполагает предварительное изучение понятий об обратной функции и показательной функции:

1. Понятие об обратной функции.

Введение понятия об обратной функции автор начинает с обратимости функций. В ходе исследования различных функций вы неоднократно решали такую задачу: вычислить значение функции f по данному значению x_0 аргумента. Часто приходится рассматривать и обратную задачу: найти значения аргумента, при которых функция f принимает данное значение y_0. Затем приводит несколько примеров, исходя из которых, выводит определение обратимой функции.

Затем автор вводит понятие обратной функции. Определение: Если функция g в каждой точке x области значений обратимой функции f принимает такое значение y, что $f(y) = x$, то говорят, что функция g – обратная функция к f. Затем рассматривает несколько примеров, в которых доказывает обратимость функций. После делает вывод о том, что графики функции f и обратной к ней функции g симметричны относительно прямой $y = x$.

В конце автор доказывает следующую теорему об обратной функции. Если функция f возрастает (или убывает) на промежутке I, то она обратима. Обратная к f функция g, определенная в области значений f, так же является возрастающей (соответственно убывающей).

2. Показательная функция.

Введение в показательную функцию автор начинает со знакомства со степенью с иррациональным показателем. Затем вводится определение показательной функции. Определение: Функция, заданная формулой $y = a^x$ (где $a > 0$, $a \neq 1$), называется показательной функцией с основанием a.

Далее формулируются основные свойства показательной функции, но без доказательств, так как их доказательство выходит за рамки школьного курса математики.

3. Логарифмы и их свойства.

Введение в логарифмы данный автор начинает с возвращения в предыдущие пункты и через них вводит определение логарифма. Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую надо возвести а, чтобы получить число b. После введения определения логарифма автор приводит основное логарифмическое тождество, затем рассматривает несколько примеров.

Следующим шагом автор доказывает основные свойства логарифмов, которые вытекают из свойств показательной функции:

При любом $a > 0$ ($a \neq 1$) и любых положительных x и y выполнены равенства:

$\log_a 1 = 0.$

1. $log_a 1 = 0.$

2. $log_a a = 1.$

3. $log_a xy = log_a x + log_a y$

4. $log_a \frac{x}{y} = log_a x - log_a y$

5. $log_a x^p = p \cdot log_a x.$

для любого действительного p.

Далее вводится формула перехода от одного основания логарифма к другому основанию: $log_a x = \frac{log_c x}{log_c a}$. С ее помощью можно найти значение логарифма с произвольным основанием a, имея таблицы логарифмов, составленные для какого-нибудь одного основания b. После введения свойств и формулы перехода к новому основанию рассматриваются несколько примеров.

4. Логарифмическая функция.

Знакомство с логарифмической функцией начинается с ее определения. Функцию, заданную формулой $y = log_a x$, называют логарифмической функцией с основанием a.

Далее перечисляются и затем доказываются основные свойства логарифмической функции:

– Область определения логарифмической функции – множество всех положительных чисел R, т.е. $D(log_a) = R_+$.

– Область значений логарифмической функции – множество всех действительных чисел.

– Логарифмическая функция на всей области определения возрастает (при $a > 1$) или убывает (при $0 < a < 1$).

– Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой $y = x$.

В конце пункта рассматриваются примеры применения свойств логарифмической функции.

5. Решение логарифмических уравнений и неравенств.

Дается простейшее логарифмическое уравнение и рассматриваются его свойства на примере логарифмической функции, из определения логарифма делается вывод, что является его решением. Затем рассматриваются примеры решения логарифмических уравнений и неравенств.

В учебниках [1, 4, 8, 11] по каждой теме разработан большой практикум для обучающихся, но нет обозначений уровня сложности заданий, что доставляет некоторые неудобства. Для подготовки к контрольным работам, в конце каждой главы автор приводит вопросы и задачи на повторение основного материала. Так же необходимо отметить, что отдельной главой автор разработал задания повышенной трудности, в которых присутствуют задания на логарифмы.

На практике эти вопросы представляет определённую сложность для учеников. Однако углубленное знание перечисленных тезисов поможет ученикам установить функцию, обратную показательной, изучить ее свойства с большей степенью самостоятельности.

В других учебниках [3, 6, 22] реализуют другой подход изучения логарифмической функции на основе теоретических понятий о логарифме и его свойствах:

1. Понятие логарифма и наглядное его представление (графический уровень).

Введение понятия логарифма и логарифмической функции начинается со знакомства обучающихся с практическим применением логарифма. Выделяются формулы $log_a a = 1$, $log_a 1 = 0$ и $log_a a^c = c$. Далее приводятся примеры на вычисление логарифма числа – такая операция называется логарифмированием и определяется десятичный логарифм.

2. Далее подводится понятие логарифмическая функция и выводится график, симметричный графику показательной функции.

В следующем параграфе «Логарифмическая функция, ее свойства и график» говорится о том, что для показательной функции существует обратная, которой является логарифмическая функция. Изображаются схематично графики данной функции, и приводится разъяснение о том, как строить данные графики по точкам, перечисляются свойства функции, когда $a > 1$:

– $D(f) = (0; +\infty)$;
– не является ни четной, ни нечетной;
– возрастает на $(0; +\infty)$;
– не ограничена сверху, не ограничена снизу;
– не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
– непрерывна;
– $E(f) = (-\infty; +\infty)$;
– выпукла вверх;

Когда $0 < a < 1$:

– $D(f) = (0; +\infty)$;

– не является ни четной, ни нечетной;

– убывает на (0; +∞);

– не ограничена сверху, не ограничена снизу;

– не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;

– непрерывна;

– $E(f) = (-\infty; +\infty)$;

– выпукла вниз.

Далее рассматриваются примеры на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на заданном промежутке, на решение уравнений неравенств, на построение графиков функций.

3. Изучаются свойства логарифмов.

В предыдущих параграфах были введены понятие логарифма, логарифмической функции, свойства логарифмической функции. Но чтобы успешно использовать на практике операцию логарифмирования, нужно познакомиться со свойствами этой операции, что и происходит в этом параграфе. Все свойства формулируются и доказываются только для положительных значений переменных, содержащихся под знаком логарифмов.

– Логарифм произведения двух положительных числе равен сумме логарифмов этих чисел: $log_a(bc) = log_ab + log_ac$.

– Если a, b, c – положительные числа, причем $a \neq 1$, то справедливо равенство $log_a\frac{b}{c} = log_ab - log_ac$.

– Если a и b – положительные числа, причем $a \neq 1$, то для любого числа r справедливо равенство $log_ab^r = r \cdot log_ab$.

– Равенство $log_at = log_as$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $t > 0$, $s > 0$,

– справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.

– Если a, b, c – положительные числа, причем а и с отличны от 1, то имеет место равенство $log_ab = \frac{log_cb}{log_cf}$.

После доказательства каждого свойства приводится несколько примеров.

Отметим, что здесь у авторов есть отдельный задачник. Это позволяет выстроить в нем полноценную как по объему, так и по содержанию систему упражнений, достаточную для работы в классе, для домашних заданий, для повторения, без привлечения дополнительных источников.

Анализ учебников показал, что для выполнения простейших заданий, содержащих логарифмы, привлечение дополнительных источников по теме не требуется. В рассмотренных учебниках теоретический материал изложен доступно, имеются примеры с решением и доказательства свойств. Но при подготовке к экзамену в форме ЕГЭ необходимо уделить особое внимание заданиям повышенной сложности, которые в большей степени встречаются в ЕГЭ по математике.

Следует отметить, что подход, который предлагают [3, 6, 22] для обучающихся является наиболее простым, что позволяет учителю организовывать работу для обучающихся с разным уровнем подготовки. В его учебнике представлено огромное разнообразие решенных примеров, многие из которых встречаются в экзамене в форме ЕГЭ. А также в задачнике к данному учебнику представлен широкий спектр упражнений, который разделен на 3 уровня сложности. Кроме обязательных упражнений имеются задания следующего типа: найдите значение логарифмической функции в указанных точках, найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке, найдите область значений функции, сколько целочисленных решений имеет неравенство.

На основе проведенного анализа учебников различных авторов, нами была разработана таблица анализа учебников (приложение А), которая включает в себя следующие основные элементы изучения логарифмической функции:

- Понятие логарифма;
- понятие логарифмической функции;
- свойства логарифма;
- свойства логарифмической функции.

2 Методические рекомендации по изучению логарифмической функции в школьном курсе математики

2.1 Особенности изучения логарифмической функции в школьном курсе математики

Изучение различных преобразований выражений и формул занимает значительную часть учебного времени в курсе школьной математики. Простые преобразования, опирающиеся на свойства арифметических операций, производятся уже в начальной школе и в IV-V классах. Но основная нагрузка по формированию умений и навыков выполнения преобразований приходится на школьный курс алгебры. Связано это как с быстрым увеличением числа и разнообразия совершаемых преобразований, так и с усложнением деятельности по их доказательству и выяснению условий применимости, с выделением и изучением понятий, преобразований [19, 28, 40].

Модель усвоения базы знаний изучаемой темы – это перечень элементов базы с определением уровня усвоения каждого элемента. Она аналогична для базового и профильного курса обучения.

Выделяют три уровня усвоения [16, 17, 30]:

1) репродуктивный – усвоение (умение воспроизводить, повторять пересказывать, писать) элемент базы знаний и решать типичные для изучаемого предмета задачи в типичных условиях.

2) алгоритмический – умение использовать элементы базы знаний для решения типичных задач изучаемого предмета в новых условиях.

3) творческий – умение использовать базу знаний для получения новых знаний и решения новых задач изучаемого предмета в новых условиях, в нетрадиционных ситуациях (нехватка времени, конфликт, кризис).

Элементы базы знаний можно объединить в три группы [29, 30, 39]:

1) понятия, термины, обозначения, символы;

2) теоретические знания: законы, формулы, зависимости, причины, теории, модели;

3) навыки теоретического обобщения и решения задач.

В таблице 1 приведены элементы рассматриваемой базы знаний, в соответствии с базовым и профильным уровнями [25, 32].

Таблица 1 - Элементы базы знаний по теме «Логарифмическая функция»

Группы и элементы базы знаний	Уровень усвоения базы знаний					
	база	профиль	база	профиль	база	профиль
	репродуктивный		алгоритмический		творческий	
1.Термины и понятия:						
– степень	+	+	+	+		
– показатель степени	+	+	+	+		
– основание степени	+	+	+	+		
– логарифм	+	+	+	+		
– основание логарифма	+	+	+	+		
– логарифмическая функция	+	+	+	+		
– десятичный логарифм	+	+	+	+		
– натуральный логарифм	+	+	+	+		
– логарифмирование	+	+	+	+		
2. Теоретические знания:						
– основное логарифмическое тождество	+	+	+	+		
– теорема логарифмической функции	+	+	+	+		
– область определения и область значений функции			+	+		
– график логарифмической функции			+	+		
– свойства логарифмической функции			+	+		
– теорема о логарифме произведения			+	+		
– теорема о логарифме частного и степени			+	+		
– переход к другому основанию			+	+		
3.Навыки теоретического обобщения и решения задач:						
– решение задач на логарифмы					+	+
– решение задач повышенной трудности					+	+

Продолжение таблицы 1

Группы и элементы базы знаний	Уровень усвоения базы знаний					
	база	профиль	база	профиль	база	профиль
	репродуктивный		алгоритмический		творческий	
– связь логарифмической и показательной функций						+
– доказательства теорем о логарифмах						+

Анализируя данные таблицы 1 можно сделать вывод, что профильный уровень требует от учащихся глубокого понимания, овладением теоретических знаний и умений решать задачи повышенной сложности.

На основе таблицы 1 нами были выделены уровни усвоения (репродуктивный, алгоритмический, творческий) темы «Логарифмическая функция» (таблица 2).

Таблица 2 – Модель усвоения базы знаний при изучении темы «Логарифмическая функция»

Уровни усвоения	Цели
1. Репродуктивный	Изложить и разъяснить значения основных терминов, необходимых для изучения логарифмической функции. Данный уровень усвоения предполагает, что все учащиеся, и сильные и слабые, должны будут заучивать наизусть некоторые формулировки и свободно их воспроизводить.
2. Алгоритмический	На этом уровне усвоения учащиеся, в основном, должны будут овладеть навыками решения основных типов задач, т.е. должны будут усвоить элементарные алгоритмы применения знаний, полученных на предыдущих уровнях усвоения.
3. Творческий	Этот уровень усвоения является вершиной изучения логарифмической функции. На этом уровне усвоения, как видно из предыдущей таблицы, собственно и происходит реализация развивающих задач изучения логарифмической функции.

Исходя из выше сказанного, нами были разработаны методические карты урока изучения нового материала и закрепления изученного материала, представленные в приложениях В, С.

2.2 Система упражнений по теме «Логарифмическая функция»

Упражнение – это многократное повторение однотипных операций или действий, которое опирается на осознание и сопровождается контролем или самоконтролем [7].

Использование тех или иных упражнений требует понимания, на что направлено данное упражнение, какое место в системе упражнений оно занимает и что является результатом его выполнения.

Упражнения должны составлять систему. Система упражнений – это такая организация учебных действий, которая предполагает определённую последовательность упражнений с учётом нарастания языковых и операционных трудностей [15].

Важность системы упражнений состоит в том, что она обеспечивает организацию процесса усвоения и организацию процесса обучения.

В плане организации процесса усвоения система упражнений должна обеспечить:

1. Подбор необходимых упражнений, соответствующих характеру того или иного навыка и качеству, того или иного умения;
2. Определение необходимой последовательности упражнений;
3. Регулярность определенного упражнений;
4. Правильную взаимосвязь на всех уровнях системы.

Нами были составлены следующие системы упражнений:

- Термины и понятия (таблица 3);
- Теоретические знания (таблица 4);
- Навыки теоретического обобщения и решения задач (таблица 5).

Таблица 3 – Термины и понятия

	Базовый уровень		Профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [2, 20]	Виленкин Н.Я. [6, 21]	Муравин Г.К., Дорофеев Г.В. [8, 12]	Колмогоров А.Н. [11, 13, 37]	Башмаков М.И. [4, 14]
Репродуктивный	Вычислите: а) $log_2 2^4$; б) $log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{3})^{-7}$; Постройте график функции: а) $y = 2 + log_3 x$; б) $y = -1 + log_{\frac{1}{3}} x$; Сравните числа: а) $log_4 7$ и $log_4 23$; б) $log_{\frac{2}{3}} 0{,}8$ и $log_{\frac{2}{3}} 1$.	Вычислите: а) $log_{\frac{1}{2}} 64$ б) $log_3 \sqrt{243}$; в) $log_7 \sqrt[5]{343}$.	Найдите: а) $log_2 4$; б) $log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$; в) $log_{0,5} 8$; Запишите в виде логарифма с основанием: 1) 2; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) 4 числа: а)1; б)$\frac{1}{3}$; в) 0,5; г) 0.	Найдите значение выражения: а) $log_2 2sin\frac{\pi}{15} + log_2 cos\frac{\pi}{15}$; б) $log_4(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3}) + log_4(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9})$; в) $\lg tg4 + lg\ ctg4$.	Вычислите: а) $log_3 27$; б) $log_3 \frac{1}{9}$; в) $log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}$.
Алгоритмический	Докажите, что: а) $log_2 2 = 1$; б) $log_{\frac{1}{3}} 1 = 0$; в) $log_{0,2} 125 = –3$; Решите уравнение: а) $\lg x = 1$; б) $log_9 x = \frac{1}{2}$; в) $log_x 27 = 3$.	Постройте график функции: а) $y = \ln(16 - 8x + x2–\ln 2x–8;$ б) $y = \ln\left(2 - \frac{x}{3}\right) + \ln(x^2 - 12x + 36)$.	Решите уравнение: а) $log_x 32 = 5$; б) $log_x \sqrt{5} = 3$; в) $log_x \sqrt[3]{49} = -2$; Решите неравенство: а) $log_{x-3}(7 - x) > 0$; б) $log_{x+4} \frac{x^2-1}{3} < 0$; в) $log_2 log_{\frac{1}{3}}(x - 1) > 0$.	Проверьте справедливость равенств: а)$log_3 \frac{1}{81} = -4$; б)$lg0{,}01 = -2$; Найдите число x: а) $log_3 x = -1$; б) $log_{\frac{1}{7}} x = 1$; Постройте график функции: а) $y = log_3(x - 2)$; б) $y = log_2(x + 1)$.	Решите уравнения: а) $log_4 x = 2$; б) $log_2(1 - 3x) = 3$; Решите неравенства: а) $\lg(1 - x) \geq 2$; б) $log_{0,5} x > 2$; Начертите графики следующих функций: а) $y = lnx$; б) $y = log_2 4x$;

Продолжение таблицы 3

	Базовый уровень		Профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [2, 20]	Виленкин Н.Я. [6, 21]	Муравин Г.К., Дорофеев Г.В. [8, 12]	Колмогоров А.Н. [11, 13, 37]	Башмаков М.И. [4,14]
Творческий		Найдите область определения функций: а) $log_{\frac{1}{3}}(4x-8)$; б)$log_5(-4x-6)$;	Используя графики, сравните числа: а) $log_{\frac{1}{2}}4$ и $log_{\frac{1}{3}}4$; б) $y = log_{\frac{1}{2}}x$ и $y = log_{\frac{1}{3}}x$; в) $log_{\frac{1}{2}}0{,}8$ и $log_{\frac{1}{3}}0{,}8$;	Докажите: а)$log_{\frac{1}{3}}3 + log_3\frac{1}{2} < -2$; б) $log_3 7 + log_7 3 > 2$; в) $4^{log_5 7} = 7^{log_5 4}$	

Таблица 4 – Теоретические знания

	Базовый уровень		Профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [2, 20]	Виленкин Н.Я. [6, 21]	Муравин Г.К., Дорофеев Г.В. [8, 12]	Колмогоров А.Н. [11, 13, 37]	Башмаков М.И. [4, 14]
Репродуктивный	Вычислите: а) $log_6 12 + log_6 3$; б) $lg25 + lg4$; в) $log_{\frac{1}{8}} 4 - log_{\frac{1}{8}} 2$; Прологарифмируйте по основанию 2: а) $16a^2b^3$; б) $\frac{1}{8}a(\sqrt{b})^7$.	Найдите корень уравнения: а) $log_2(4 - x) - 7$; б) $log_5(4 + x) - 2$; в) $log_5(5 - x) = log_5 3$.	Вычислите: а) $log_6 2 + log_6 3$; б) $log_{\frac{1}{15}} 25 + log_{\frac{1}{15}} 9$;	Вычислите: а) $lg9 + lg125$; б) $log_2 7 - log_2 \frac{7}{16}$; в) $\frac{log_3 16}{log_3 4}$.	Вычислите: а) $log_6 2 + log_6 3$; б) $log_6 2 - log_6 \frac{1}{3}$; в) $\frac{log_9 32}{log_9 4}$;
Алгоритмический	Постройте график функции: а) $y = log_2 8x$; б) $log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$; в) $y = log_2 x^3$; Сравните числа: а) $log_2 7$ и $log_7 4$; б) $log_{\frac{1}{3}} 4$ и $log_{\frac{1}{9}} 7$.	Что больше: а) $log_{\frac{1}{3}} 2$ или $log_3 \frac{1}{2}$; б) $log_4 5$ или $log_5 6$; Постройте графики: а) $log_{\frac{1}{3}}\|x\|$; б) $\|log_3 x\|$.	Решите уравнение: а) $Log_5(x^2 + 2x) = log_5(x^2 + 10)$; б) $log_8 2^{8x-4} = 4$; в) $log_x 32 = 5$.	Решите графически уравнение: а) $log_{\frac{1}{2}} x = x - 3$; б) $log_2 x = 2^{5-x}$. Решите графически неравенство: а) $log_2 x > x - 3$; б) $log_{\frac{1}{3}} x > 2x - 7$.	Найдите A по его логарифму: а) $lnA = lnsinx - lncosx + \frac{1}{2}lnx$; б) $lgA = -1 + \frac{1}{2}\lg(x - 1) + \frac{1}{2}\lg(x + 1) - 3lgx$;

Продолжение таблицы 4

	Базовый уровень		Профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [2, 20]	Виленкин Н.Я. [6, 21]	Муравин Г.К., Дорофеев Г.В. [8, 12]	Колмогоров А.Н. [11, 13, 37]	Башмаков М.И. [4, 14]
Творческий	Решите графически систему уравнений: а) $\begin{cases} log_5(x+y)=1, \\ log_6 x + log_6 y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} log_9(x-y)=\frac{1}{2} \\ log_{64}x - log_{64}y = \frac{1}{3}. \end{cases}$	Найдите x, если: а) $log_a x = \frac{1}{3}\left(log_a b - \frac{2}{5} log_a c + \right.$ *logad+4*; б) $log_a x = \frac{1}{4}\left[log_a y + \right.$ *37logaz−2;* Упростите выражение: а) $log_a \frac{2}{1} + log_a \frac{3}{2} + \cdots + log_a \frac{n+1}{n}$; б) $a^{\frac{log_b log_b a}{log_b a}}$.	Решите графически систему неравенств: в) $\begin{cases} \frac{1}{4^{\sqrt{x}} - 3\cdot 2^{\sqrt{x}} + 2} < \frac{1}{6}, \\ log_{\frac{1}{x}}\left(\frac{5}{2}x - 1\right) \geq -2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 8 \cdot 4^x - 65 \cdot 2^x \leq 0, \\ log_{\lvert x \rvert}^2 x^4 + log_3 x^2 \leq 18. \end{cases}$ Сравните выражения $a^{log_b c}$ и $c^{log_b a}$. На основании сформулированного вывода решите уравнение: а) $5^{lgx} = 50 - x^{lg5}$; б) $25^{lgx} = 5 + 4x^{lg5}$.	Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - ln(x+3)^3$ на отрезке [−2,5: 0]; Найдите наибольшее значение функции $y = 81(x+1) - 8x + 3$ на отрезке [−6,5; 0]; Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5) - 2x + 9$; Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x+3) + 7$.	Исследуйте функции и постройте их графики: а) $y = 3x - \frac{lnx}{3}$; б) $y = x \cdot lnx$; Укажите области определения следующих функций: а) $y = log_a x$; б) $y = \ln(e^x - 1)$.

Таблица 5 – Навыки теоретического обобщения и решения задач

	Базовый уровень		Профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [2, 20]	Виленкин Н.Я. [6, 21]	Муравин Г.К., Дорофеев Г.В. [8, 12]	Колмогоров А.Н. [11, 13, 37]	Башмаков М.И. [4, 14]
Репродуктивный	Найдите значение выражения: а) $(log_2 16) \cdot (log_6 36)$; б) $7 \cdot 5^{log_5 4}$;	Вычислите: а) $\frac{log_3 25}{log_3 5}$; б) $\frac{9^{log_5 50}}{9^{log_5 2}}$;		Найдите значение выражения $log_a(ab^3)$, если $log_b a = \frac{1}{7}$; Найдите $log_a(a^2b^3)$, если $log_a b = -2$.	Найдите значение выражения: а) $6log_7 \sqrt[3]{7}$; б) $log_{\sqrt[6]{13}} 13$;
Алгоритмический	Вычислите: а) $log_4 sin\frac{\pi}{12} + \frac{1}{3} log_4 sin^3 \frac{13\pi}{6} + log_4 sin\frac{7\pi}{12}$; б) $\frac{log_2 56}{log_{28} 2} - \frac{log_2 7}{log_{224} 2}$; Известно, что $lg2 = a$, $lg3 = b$. Вычислите: а) $log_4 12$; б) $log_6 18$;	Решите логарифмические уравнения: а) $2^{\frac{1}{log_8 x}} = \frac{1}{64}$; б) $x^{log_a x} = a^2 x, a > 0$; Решите логарифмические неравенства: а) $log_x \frac{3}{2} < log_x \frac{2}{3}$; б) $log_{x+2} 4 > log_x 2$.	Вычислите значение выражения: а) $log_5 10 + log_{\sqrt{5}} 100 - log_{\sqrt[3]{5}} 0,1 + log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 16$; б) $log_3 49 \cdot log_{\sqrt{7}} 5 \cdot log_{25} 27$; Решите неравенство: а) $log_{x^2+3x-4}(x + 4) > 0$; б) $log_{x+4}(x^2 + 3x - 4 < 0$;	Решите неравенства: а) $log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 2) > 2$; б) $3^{lgx+2} < 3^{lg2x+5} - 2$. Решите системы уравнений: а) $\begin{cases} log_x y = 2, \\ log_{x+1}(y + 23) = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (x - y)^{2y-x} = 125, \\ lg2(x - y) = 1; \end{cases}$	Изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенствам: а) $log_2(x + y) < 1$; б) $log_2(y - x^2) < 2$. Докажите неравенства: а) $\ln(1 + x) < x$ при $x > 0$; б) $2\lg(x + 2) > \lg(x + 4)$;

Продолжение таблицы 5

	Базовый уровень		Профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [2, 20]	Виленкин Н.Я. [6, 21]	Муравин Г.К., Дорофеев Г.В. [8, 12]	Колмогоров А.Н. [11, 13, 37]	Башмаков М.И. [4, 14]
Творческий	Проведите касательную к графику заданной функции так, чтобы она проходила через начало координат: а) $y = e^x$; б) $y = lnx$; При каком значении параметра a прямая $y = 3x - 4 + a$ является касательной к графику функции $y = \ln(3x - 4)$;		1) В одной системе координат изобразите схематически графики функций $y = a^x$ и $y = b^x$: а) при $a > b > 1$; б) при $0 < b < a < 1$. 2) В этой же системе постройте графики обратных им функций: $y = log_a x$ и $y = logbx$. 3) Используя графики, решите неравенство $log_a x < log_b x$. 4) Сформулируйте правило сравнения логарифмов одного и того же числа.	При каких значениях a уравнение $2log_3^2 x - \|log_3 x\| + a = 0$ имеет четыре решения? При каких значениях a уравнение $3x \cdot lgx = 1 + a \cdot lgx$ имеет: а) одно решение; б) два решения? При каких значениях a уравнение $x \cdot ln\|x\| = a$ имеет один корень?	Решите неравенство: а) $log_3 \frac{1}{x} + log_3(x^2 + 3x - 9) \leq log_3(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10)$; б) $9log_7(x^2 + x - 2≤10+log7(x−1)9x+2.$

Таким образом, на основе таблиц 3-5, можно сделать следующие выводы.

1. Система упражнении «Термины и понятия». На репродуктивном уровне, авторы Мордкович А.Г., и Виленкин Н.Я. [2, 6], в своих учебниках приводят достаточно большое количество различных заданий на отработку основных терминов и понятий, необходимых для изучения логарифмической функции. Авторы Муравин Г.К., Дорофеев Г.В., Колмогоров А.Н. и Башмаков М.И. [4, 8, 11], так же в своих учебниках приводят достаточно большое количество различных заданий повышенной сложности на отработку основных терминов и понятий, необходимых для изучения логарифмической функции, от базового уровня задания отличаются повышенной сложностью.

2. Система упражнений «Теоретические знания» у различных авторов на базовом и профильном уровнях значительно отличаются. Так при базовом изучении, авторы предлагают учащимся задания репродуктивного и алгоритмического уровней такие как: вычисление, построение графика функции, сравнение чисел, решение систем и т.д. На профильном же авторы предлагают задания значительно сложнее, например, исследование графика функции, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции, решение уравнений и неравенств графически, а так же вычисления, требующие знаний свойств логарифмов.

3. Системы упражнений «Навыки теоретического обобщения и решения задач» можно сказать, что при базовом изучении приводятся задания только повышенной сложности, задания же, которые имеют связь логарифмической и показательной функций приводятся только на профильном уровне. В основном такие задания связаны с построением и исследованием графиков функций. Сами же творческие задания так же приводятся только на профильном уровне изучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе рассматриваются различные подходы к изучению логарифмической функции в школьном курсе математики.

Проанализировав литературу по теме исследования, мы выяснили, что логарифмическая функция использовались в XVII веке для облегчения вычислений с помощью специально составленных таблиц, которые помогали осуществить переход от чисел к их логарифмам и обратно. Открытие логарифмов в 1665 году позволило заменить умножение и деление многозначных чисел действиями более низкого порядка – сложением и вычитанием их логарифмов (показателей степеней), что имело огромное значение для практики вычислений.

В работе рассмотрены различные подходы к изучению логарифмической функции в школьном курсе математики, выделены два подхода к изучению логарифмической функции.

1. Подход, в котором логарифмическая функция представляется как обратная показательной. Этот подход предполагает предварительное изучение понятий об обратной функции и логарифмах.
2. Подход на основе теоретических понятий о логарифме и его свойствах.

В приложении представлен сравнительный анализ учебников рекомендованных Министерством науки и высшего образования РФ по теме «Логарифмическая функция».

В результате анализа учебно-методической литературы мы выделили уровни усвоения учениками теоретического и практического материала по теме «Логарифмическая функция»:

– репродуктивный – подразумевает умение воспроизводить элемент базы знаний и решать типичные для изучаемого предмета задачи в типичных условиях;

– алгоритмический - умение использовать элементы базы знаний для решения типичных задач изучаемого предмета в новых условиях.

– творческий - умение использовать базу знаний для получения новых знаний и решения новых задач изучаемого предмета в новых условиях, в нетрадиционных ситуациях.

На основе выделенных уровней, нами была определена база знаний по теме «Логарифмическая функция»:

1. Термины и понятия;

2. Теоретические знания;

3. Навыки теоретического обобщения и решения задач.

Разработана система упражнений по теме «Логарифмическая функция» которая позволяет усвоить материал.

В целом, можно отметить, что существует множество разнообразных приемов и методов закрепления темы логарифма и логарифмической функции в школьном курсе математики. Преподаватель может выбрать из них наиболее подходящий в каждой конкретной ситуации, используя материал из разных учебных пособий.

Таким образом, цель была достигнута. Поставленные задачи решены. Практическая значимость выпускной работы определяется возможностью применения материалов выпускной квалификационной работы в учебном процессе основной школы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра. Базовый курс с решениями и указаниями [Текст] : учебно-методическое пособие / Н.Д. Золотарёва, Ю.А. Попов, Н.Л. Семендяева [и др.] ; под ред. М.В. Федотова. - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. - 567с.
2. Алгебра и начала анализа [Текст] : 10-11 классы : задачник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович [и др.]. - Москва : Мнемозина, 2001. – 314 с.
3. Александрова, Л.А. Алгебра и начала анализа. 11 класс. Самостоятельные работы/ Просвещение, 2012 - 280 с.
4. Башмаков, М.И. Алгебра и начала математического анализа: Учеб. для 10-11кл. сред. шк. – 2-е изд.- М.: Просвещение, 1992. – 351с.
5. Бородуля, И. Т.Показательная и логарифмическая функции (задачи и упражнения) [Текст] : пособие для учителя / И. Т. Бородуля. - Москва : Просвещение, 1984. - 112 с.
6. Виленкин, Н.Я. и др. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учеб. пособие для учащихся шк. и кл. с углуб. изуч. математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд. – 6-е изд. – М.: Просвещение, 1998. – 288с.
7. Дидактические материалы по математике для 10 класса вечерней (сменной) общеобразовательной школы [Текст] : пособие для учителей. - Москва : Просвещение, 1988. - 143, [1] с.
8. Дорофеев, Г.В. Сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс В) за курс средней школы. 11 класс / Г.В. Дорофеев, Г.К. Муравин – 11-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2008. – 160с.
9. Капкаева, Л.С. Теория и методика обучения математике: частная методика [Текст] /Москва : Юрайт, 2017. - , 2017. - 263 с.
10. Киселев, А.П. Алгебра [Текст]. - Москва : URSS : ЛЕНАНД-, 2017 - 275 с.

11. Колмогоров, А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 17-е изд. - М.: Просвещение, 2008 г. – 378 с.

12. Конспект урока алгебры для 10 класса «Логарифмы и их свойства»[электронный ресурс] – режим доступа: https://nsportal.ru

13. Конспект урока «Логарифмы и их свойства» 11 класс» [электронный ресурс] – режим доступа http://uchitelya.com

14. Конспекты уроков по математике [электронный ресурс] – режим доступа: https://infourok.ru

15. Корчажкина О.М. Решение задач как вид мыслительной деятельности: общие методы [Текст] / О.М. Корчажкина // Математика в школе. - 2018. - № 4. - С. 46-57

16. Ксентова Г.Ю. Перспективные школьные технологии: Учебно-методическое пособие.- М.: Педагогическое общество России, 2001. - 224 с .

17. Кузнецова Т.И. Всероссийский научно-методический семинар «Передовые идеи в преподавании математики в России и за рубежом» в 2017/2018 учебном году [Текст] / Т.И. Кузнецова // Математика в школе. - 2018. - № 6. - С. 69-71

18. Ляхова, Н.Е., Яковенко, И.В. Методы решения уравнений и неравенств в задачах с параметрами: учеб. пособие/Н.Е. Ляхова, И.В. Яковенко; отв.ред. проф. А.А. Илюхин. -Таганрог: Изд-во Таганрог. ин-та имени А.П.Чехова, 2014. – 92 с.

19. Методика обучения математике. Формирование приемов математического мышления [Текст] : учебное пособие для СПО / [Н.Ф. Талызина, Г.А. Буткин, И.А. Володарская и др.] ; под ред. Н. Ф. Талызиной. - Москва : Юрайт, 2018. – 192 с.

20. Методическая разработка урока математики на I курсе по теме «Логарифм числа. Свойства логарифмов» [электронный ресурс] – режим доступа: https://nsportal.ru

21. Методическая разработка учебного занятия по математике «Логарифмы и их свойства» [электронный ресурс] – режим доступа:

https://doc4web.ru

22. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). / А.Г. Мордкович. – 14-е изд. М. : Мнемозина, 2013. – 400 с.

23. Мордкович, А.Г., Денищева, Л.О., Корешкова, Т.А., Мишустина, Т.Н., Тульчинская, Е.Е. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для общеобразоват.учреждений. 3-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2007.– 400 с

24. Мордкович, А.Г., Семенов, П.В. Алгебра и начала анализа (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2007 г. – 400 с.

25. Павлова Е. В.Структуризация учебной информации по математике [Текст] / Е. В. Павлова // Инновации в образовании. - 2018. - № 8. - С. 41-51

26. Пантаев, М.Ю. Математический гербарий абитуриента [Текст] : алгебра во всем ее блеске и многообразии / М.Ю. Пантаев. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2018. - 779 с.

27. Покровский, В.П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия / В. П. Покровский – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2014. – 143 с.

28. Рогановский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе [Текст] : учебное пособие / Н.М. Рогановский. - Минск: Вышэйшая школа, 1990. – 266 с.

29. Рослова Л.О.Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать [Текст] / Л.О. Рослова // Педагогика. - 2018. - № 10. - С. 48-56

30. Современные образовательные технологии [Текст] : монография. - Новосибирск : ЦРНС, 2016 - . Кн. 4 / [В.А. Даниленкова, Ю.В. Дулепова, Л.В. Зайцева и др.]. - 2016. - 223 с.

31. Темербекова, А.А. Методика обучения математике [Текст] : / А.А. Темербекова, И.В. Чугунова, Г.А. Байгонакова. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар, Лань, 2015. - 510 с.

32. Тумашева, О.В. Обучение математике с позиции системно-

деятельного подхода [Текст] : монография / О.В. Тумашева, О.В. Берсенева. - Красноярск : КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016. – 279 с.

33. Успенский, Я.В. Очерк истории логарифмов. / Я.В. Успенский // Петроград, 1923. −78 с.

34. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413. [Электронный ресурс] – https://минобрнауки.рф/документы/2365

35. Шабунин, М.И. Математика [Текст] : пособие для поступающих в вузы / М.И. Шабунин. - Москва : Лаборатория знаний, 2017. - 744 с.

36. Шевкин А.В.От исследовательских текстовых задач к задачам с параметром [Текст] / Шевкин А.В. // Математика в школе. - 2018. - № 8. - С. 36-42

37. Штейнгарц Л.А.Тест «Логарифмы» [Текст] / Л.А. Штейнгарц // Математика в школе. - 2018. - № 7. - С. 78-80

38. Юшкевич, А.П. История математики. / Юшкевич А.П. В 3-х т. Т. 2. Математика XVII столетия. – М. : Наука, 1970 г. – 301с.

39. Яковенко И.В., Лисаченко О.А. Особенности методики построения системы задач для изучения темы «Логарифмы. Логарифмические уравнения» [электронный ресурс] - режим доступа: https://cyberleninka.ru

40. Якубов А.В.Преподавание математики: зависимость результатов от профессионализма учителя и руководства школы [Текст] / Якубов А.В. // Математика в школе. - 2018. - № 5. - С. 3-7.

Приложение А - Анализ учебников разных авторов

Таблица 6 – Анализ учебников разных авторов

	ФИО авторов, базовый уровень		ФИО авторов, профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [18, 22]	Виленкин Н.Я. [6, 36]	Муравин Г.К. Дорофеев Г.В. [8]	Колмогоров А.Н. [5, 11]	Башмаков М.И. [4]
Понятие логарифма	Логарифмом положительного числа *b* по положительному и отличному от 1 основанию *a* называют показатель степени, в которую нужно возвести число *a*, чтобы получить число *b*.	В начале рассматривается только натуральный логарифм, как функция, который вводится на основе интеграла, а затем путем рассмотрения натурального логарифма и логарифмической функции получают логарифм *x* по основанию *a*.	Логарифмом положительного числа *b* по положительному и отличному от 1 основанию *a* называют показатель степени, в которую нужно возвести число *a*, чтобы получить число *b*.	Логарифмом числа *b* по основанию а называется показатель степени, в которую надо возвести а, чтобы получить число b. ($t = log_a b$).	
Понятие логарифмической функции	Рассматривается показательная функция $y = a^x$. Значит, по теореме об обратной функции для функции $y = a^x$ существует обратная этой обратной функцией является $x = log_a y$ или $y = log_a x$. Ее график получается из графика показательной функции $y = a^x$ с помощью преобразования симметрии относительно прямой $y = x$. График функции $y = log_a x$ называется логарифмической кривой.	Логарифмическая функция вводится на основе натурального логарифма, который в свою очередь представляет собой интеграл.	Логарифмическая функция $y = log_a x$ является обратной показательной функции $y = a^x$.	Функцию заданную формулой $y = log_a x$ называют логарифмической функцией с основанием *a*.	Логарифмической функцией называется функция вида $y = log_a x$.

Продолжение таблицы 6

	ФИО авторов, базовый уровень		ФИО авторов, профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [18, 22]	Виленкин Н.Я. [6, 36]	Муравин Г.К. Дорофеев Г.В. [8]	Колмогоров А.Н. [5, 11]	Башмаков М.И. [4]
Свойства логарифма	1. Логарифм произведения двух положительных числе равен сумме логарифмов этих чисел: $log_a(bc) = log_ab + log_ac$. 2. Если a, b, c – положительные числа, причем $a \neq 1$, то справедливо равенство $log_a\frac{b}{c} = log_ab - log_ac$. 3. Если a и b – положительные числа, причем $a \neq 1$, то для любого числа r справедливо равенство $log_ab^r = r \cdot log_ab$. 4. Равенство $log_at = log_as$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $t > 0$, $s > 0$, справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$. 5. Если a, b, c – положительные числа, причем а и с отличны от 1, то имеет место равенство $log_ab = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	1. $log_aa^x = x$. 2. $a^{log_a b} = b$, $b > 0$. 3. $log_a(xy) = log_ax + log_ay$, $x > 0$, $y > 0$. 4. $log_a\frac{x}{y} = log_ax - log_ay$, $x > 0$, $y > 0$. 5. $log_a x^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} log_ax$, $x > 0$. 6. $log_ab = \frac{log_cb}{log_ca}$, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $c \neq 1$.	1.Логарифм произведения: $log_a(bc) = log_ab + log_ac$. 2. Логарифм частного: $log_a\frac{b}{c} = log_ab - log_ac$. 3. Логарифм степени: $log_ab^p = p \cdot log_ab$.	При любом $a > 0$, $a \neq 1$ и любых положительных x и y: 1. $log_a1 = 0$. 2. $log_aa = 1$. 3. $log_axy = log_ax + log_ay$ 4. $log_a \frac{x}{y} = log_ax - log_ay$ 5. $log_ax^p = p \cdot log_ax$. 6. $log_ax = \frac{log_cx}{log_ca}$.	1. $log_ab_1b_2 = log_ab_1 + log_ab_2$. 2. $log_a \frac{b_1}{b_2} = log_ab_1 - log_ab_2$. 3. $log_ab^k = k\ log_ab$
	Свойства функции $y = log_ax$, $a > 1$: 1. $D(f) = (0; +\infty)$. 2. не является ни четной, ни нечетной. 3. возрастает на $(0; +\infty)$. 4. не ограничена сверху, не ограничена снизу. 5. не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.	1.При положительном основании отрицательные числа и нуль не имеют действительных логарифмов. 2. При	Свойства функции $y = log_ax$, $a >$, $a \neq 1$. 1. Функция $y = log_ax$ определена и непрерывна на множестве положительных чисел. 2. Область значений функции $y = log_ax$ – множество действительных чисел.	Свойства функции $y = log_ax$: 1.Область определения логарифмической функции – множество всех положительных чисел R, т.е.	Свойства функции $y = log_ax$: 1.Область определения – множество всех положительны х чисел, т. е. промежуток

Продолжение таблицы 6

	ФИО авторов, базовый уровень		ФИО авторов, профильный уровень		
	Мордкович А.Г. [18, 22]	Виленкин Н.Я. [6, 36]	Муравин Г.К. Дорофеев Г.В. [8]	Колмогоров А.Н. [5, 11]	Башмаков М.И. [4]
	6. непрерывна. 7. E(f) = (-∞; +∞). 8. выпукла вверх. Свойства функции $y = log_a x$, $0 < a < 1$: 1. $D(f) = (0; +\infty)$. 2. не является ни четной, ни нечетной. 3. убывает на (0; +∞). 4. не ограничена сверху, не ограничена снизу. 5. не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений. 6. непрерывна. 7. $E(f) = (-\infty; +\infty)$. 8. выпукла вниз.	положительном основании каждое положительное число имеет логарифм. 3. Числа, имеющие при одном и том же основании равные логарифмы, равны между собой. 4. При одном и том же основании равные числа имеют равные логарифмы. 5. Теорема о логарифмах: $log_a(N_1N_2) = log_a N_1 + log_a N_2$ 6.Основное логарифмическое тождество: $a^{log_a N} = N$.	3. При 0 < a < 1 функция $y = log_a x$ является убывающей; при a > 1 функция $y = log_a x$ является возрастающей. 4. График функции $y = log_a x$ проходит через точку (1; 0). 5. Ось ординат – вертикальная асимптота графика функции $y = log_a x$.	$D(log_a) = R_+$. 2.Область значений логарифмической функции – множество всех действительных чисел. 3.Логарифмическая функция на всей области определения возрастает (при $a > 1$) или убывает (при $0 < a < 1$). 4.Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой $y = x$.	(0;+∞). 2. Монотонность: если $a > 1$, то логарифмическая функция строго возрастает, если $0 < a < 1$, то она строго убывает. 3. Область значений: множество всех вещественных чисел R.

Приложение В - Методическая карта урока изучения нового материала

Таблица 7 - Методическая карта урока изучения нового материала

Деятельность учителя	Деятельность учеников
1. Заходит в класс и приветствует учеников.	1. Приветствуют учителя вставанием.
2. Предлагает учащимся приготовиться к уроку. а) Переходит к пункту 3. б) Дает ученикам дополнительную минуту, чтобы они приготовились к уроку.	2. Учащиеся готовятся к уроку. а) Учащиеся готовы к уроку. б) Учащиеся не готовы к уроку.
3. Проводит выявление отсутствующих.	3. Каждый отвечает учителю, когда он называет фамилию учащегося.
4. Говорит вступительные слова, тем самым мотивируя учеников к изучению данной новой темы. а) Переходит к пункту 5. б) Продолжает мотивацию, используя понятные термины, говоря об интересующих учащихся вопросах.	4. Внимательно слушают учителя. а) Ученики готовы к восприятию нового материала. б) Ученики не готовы к восприятию нового материала.
5. а) Проводит изложение нового материала. Говорит достаточно медленно и отчетливо, чтобы любой мог понять. Основные положения – диктует. б) Привлекает внимание учеников. Делает замечания отдельным ученикам.	5. а) Записывают основные положения лекции, внимательно слушают и пытаются осознать комментарии. Записывают вопросы, чтобы задать после изложения материала. б) Ученики не слушают учителя.
6. Предлагает задать вопросы, касающиеся материала, который был изложен, возможно, недостаточно ясно. а) Предлагает другим ученикам ответить на вопросы одноклассников. б) Переходит к пункту 8.	6. а) Задают вопросы по неясным аспектам. б) Не задают вопросы учителю.
7. Корректирует ответы учеников и добивается полного понимания изложенного.	7. Внимательно слушают и записывают основные положения.
8. Предлагает задать вопросы, не затронутые в изложении, но интересующие учеников, как по данной теме, так и по непосредственно связанным темам. а) Отвечает на вопросы. б) Переходит к пункту 9.	8. Задают интересующие их вопросы. а) Задают интересующие вопросы. б) Не задают вопросы учителю.
9. Проводит закрепление нового материала путем вопросов к ученикам, касающихся изложенного материала. а) Благодарит за правильные ответы и переходит к пункту 10. б) Разъясняет ученикам моменты, которые они не поняли, добивается полного понимания темы.	9.а) Отвечают на вопросы. б) Затрудняются ответить на вопрос или отвечают неправильно.

Продолжение таблицы 7

Деятельность учителя	Деятельность учеников
10. Разъясняет домашнее задание. Объясняет ученикам, что необходимо иметь на уроке закрепления изученного материала (конспект сегодняшнего занятия, письменные принадлежности, калькулятор).	10. Записывают домашнее задание, требуют объяснения в случае непонимания или неясного понимания.
11. Подводит итоги занятия, благодарит за внимание, прощается с учениками.	11. Прощаются с учителем, вставая.

Приложение С - Методическая карта урока закрепления изученного материала

Таблица 8 - Методическая карта урока закрепления изученного материала

Деятельность учителя	Деятельность учеников
1. Заходит в класс и приветствует учеников.	1. Приветствуют учителя вставанием.
2. Предлагает учащимся приготовиться к уроку. а) Переходит к пункту 3. б) Дает ученикам дополнительную минуту, чтобы они приготовились к уроку.	2. Учащиеся готовятся к уроку. а) Учащиеся готовы к уроку. б) Учащиеся не готовы к уроку.
3. Проводит выявление отсутствующих.	3. Каждый отвечает учителю, когда он называет фамилию учащегося.
4. Говорит вступительные слова, объясняет ученикам, что будет происходить на сегодняшнем уроке. Объясняет цели, задачи урока.	4. Внимательно слушают учителя. Осознают цели, задачи урока.
5.Проверяет домашнее задание. а) Слушает выступления учеников. б) Выясняет причины невыполнения домашнего задания, разъясняет ученикам суть домашней работы, предлагает оставить работу на следующее занятие.	5.а) Выборочно 2 – 3 ученика отвечают домашнее задание. б) Учащиеся не выполнили домашнее задание.
6. Предлагает ученикам просмотреть конспект и повторить содержание в течение 2 – 3 минут.	6. Повторяют конспект прошлого занятия.
7. Проводит оценку знаний теоретического материала в форме теста: раздает ученикам карточки с вопросами теста, разъясняет смысл задания.	7. Отмечают в карточках правильные ответы, а, где необходимо, дополняют суждение или пишут правильный ответ. Сдают заполненные карточки теста учителю.
8. Разъясняет ученикам метод решения задачи на платежную матрицу. а) Благодарит учащихся за внимание и переходит к пункту 11. б) Переходит к пункту 9.	8.а) Осознают ход решения и записывают основные положения. б) Не понимают ход решения задачи.
9. Предлагает ученикам задать вопросы по задаче, добивается полного понимания хода решения.	9. Задают вопросы, спрашивают неясные моменты.
10. Отвечает на вопросы учеников.	10. Внимательно слушают ответы и разъяснения.
11. Проводит самостоятельную работу: раздает ученикам карточки задания, чистые листы, разъясняет смысл задания. а) Благодарит учащихся за проделанную самостоятельную работу. б) Работа считается выполненной. Выясняет причины невыполнения учениками задания, предлагает одноклассникам помочь	11.а) Пишут ответы на вопросы. Сдают карточки с вопросами и листы с ответами учителю. б) Не более чем 20 % учеников затрудняются ответить на вопросы самостоятельной работы и отказываются сдать листы с ответами.

Продолжение таблицы 8

Деятельность учителя	Деятельность учеников
неуспевающим ребятам. в) Работа считается невыполненной. Выясняет причины невыполнения учениками задания, предлагает заняться данными вопросами дополнительно.	в) Более чем 20 % учеников затрудняются ответить на вопросы самостоятельной работы и отказываются сдать листы с ответами.
16. Выставляет оценки за активность на уроке.	16. Молча слушают подведение итогов занятия.
17. Объясняет ученикам, где и когда можно будет узнать результаты самостоятельной работы и теста.	17. Запоминают или записывают.
18. Подводит итоги занятия, благодарит за внимание, прощается с учениками.	18. Прощаются с учителем, вставая.

Приложение D – Конспект урока

Конспект урока по теме «Логарифмическая функция и её свойства».

Цель: Закрепить, проверить, оценить, откорректировать знания учащихся о свойствах логарифмической функции

Задачи:

Образовательные:

– Повторить и запомнить свойства логарифмической функции.

– применять полученные знания при выполнении заданий с логарифмами.

Воспитательные:

– воспитывать познавательную активность, самостоятельность, стремление расширять свой кругозор;

– воспитание интереса к предмету, способствовать сплочению коллектива учащихся.

Развивающие:

– способствовать развитию наблюдательности, умения анализировать, применять приемы сравнения, переноса знаний в новую ситуацию;

– развитие мыслительной деятельности при использовании логарифмов в деятельности человека и в природе

Тип урока: урок закрепления пройденного материала.

Оборудование: компьютер, проектор, средства MS PowerPoint 2007, учебник «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» А. Н. Колмагорова.

Ход урока

1. Организационный момент

Учитель: Здравствуйте! Присаживайтесь. Сегодня мы с вами закрепим все, что проходили ранее.

2. Актуализация знаний

Учитель: 1) С помощью таблицы «Степени некоторых чисел» решите устно примеры, записанные на доске, и сделайте вывод.

Таблица 9 – Степени некоторых чисел

n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729				
5	25	125	625						
6	36	216							
7	49	343							

а) $16 \cdot 32$

б) $243 / 27$

в) 25^2

г) $\sqrt{1024}$

(Ответы: 512; 9; 625; 32).

Учитель:

Есть в математике тема одна,

Логарифмической функцией называется она.

Логарифм появился, чтобы легче считать,

Логарифм – показатель, это надо знать!

Учащиеся: Об истории открытия логарифмов рассказывает учащийся.

Учитель: 1) Сформулируйте определение логарифма положительного числа с положительным основанием, не равным единице.

2) С помощью таблицы «Степени и логарифмы» сравните соответствующие определения и свойства.

Таблица 10 – Степени и логарифмы

Степень	Логарифм
Определения: 1. $a^n = x \quad (a > 0)$ 2. $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$ 3. $a^1 = a$ Свойства: 1. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ 2. $a^x : a^y = a^{x-y}$ 3. $(a^x)^y = a^{xy}$	*при* $a > 0, \quad a \neq 1, \quad x > 0, \quad y > 0$ Определения: 1. $\log_a x = n \quad <=> \quad a^n = x$, *т.е.* $a^{\log_a x} = x$ 2. $\log_a 1 = 0$ 3. $\log_a a = 1$ Свойства: 1. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ 2. $\log_a x / y = \log_a x - \log_a y$ 3. $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$

Учащиеся: Перечисляют свойства логарифмической функции, используя график логарифмической функции.

Учитель: 1) Устная фронтальная работа с заданиями, записанными на доске.

а) Назовите логарифмы следующих чисел по основанию 3: 9; 1; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\sqrt[3]{9}$; $3^{\sqrt{3}}$.

Ответы: 2; 0; -3; $-\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\sqrt{3}$.

б) Найдите x, если:

– $log_5x = log_5 18 + log_5 2 - log_5 3$;

– $lnx = 3ln2 - 2ln5$;

– $lgx = 1 + lg3$.

Ответы: 12; $\frac{8}{25}$; 30.

в) Сравните числа: $a = log_5 20$; $b = log_{0,5}3$; $c = 7\ln 1$.

Ответы: a > 0; b < 0; c = 0; поэтому b < c < a.

г) Найдите область значений функции:

– $y = log_2x$;

– $y = log_3x + 5$.

Ответы: y – любое число.

2) Выполните задания на доске и в тетрадях.

а) Решите уравнение $log_2x \cdot log_x2 = 1$.

Ответ: $x \in (0; 1); (1; +\infty)$.

б) Решите уравнение $-3x^2 + 6x - 2 = log_2(x^2 + 1) - log_2x$.

Ответ: 1.

в) Решите неравенство $log_{3x-4}x^2 < 1$.

Ответ: $x \in (-\frac{4}{3}; -1); (-1; 0);\ (0; 4)$.

г) Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{log_2x^2}{\lg{(x+3)}}}$.

Ответ: $x \in (-2; -1]; [1 + \infty)$

Учащиеся: Выполняют задания.

3. Самостоятельная работа

1) Перед выполнением работы демонстрируется слайд из презентации о связи логарифма и ОДЗ.

2) Проводится инструктаж о выполнении работы:

– задания выполняются в рабочих тетрадях (калькулятор не используется);

– условия заданий в решения не переписываются;

– номера верных ответов записываются рядом с номерами заданий на отдельном листке;

– за каждое верно выполненное задание выставляется 1 балл;

– продолжительность работы – 10 минут.

3) Критерии оценки: «5» - 9-10 баллов; «4» - 7- 8 баллов; «3» - 5- 6 баллов.

4) Выполнение заданий проверочного теста учащимися.

1. Вычислите $5^{2+log_5 3}$.

1) 28 2) 13 3) 75 4) 30

2. Вычислите $log_8 log_4 log_2 16$.

1) 0 2) 1 3) 4 4) 8

3. Вычислите $log_3 15 - log_3 \frac{5}{9} + log_3 \frac{1}{81}$. .

1) 7 2) - 2 3) - 1 4) 1

4. Вычислите $log_{\sqrt{7}} \frac{1}{7} + 3^{log_{\sqrt{3}} 7}$.

1) 45 2) 49 3) 47 4) $49\sqrt{7}$

5. Найдите значение выражения $\frac{ln128}{ln4}$..

1) 3,5 2) ln 32 3) ln 124 4) 32

6. Укажите значение выражения $\sqrt{25^{\frac{1}{log_6 5}} + 49^{\frac{1}{log_6 7}}}$.

1) $\sqrt{14}$ 2) 10 3) 100 4) $\sqrt{74}$

7. Решите уравнение $log_4(25 - x^2) = 3$.

1) ± 7 2) $\sqrt{96}$ 3) $\sqrt{96}$ 4) Ø

8. Решите неравенство $log_{0,5}(x-1) < 2$.

1) (1; 1,25) 2) (1; + ∞) 3) (1,25; + ∞) 4) (- ∞; 1,25)

9. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{log_3 x - 2}$.

1) (0; 9); (9; + ∞) 2) 9 3) (0; + ∞) 4) (1; + ∞)

10. Укажите область значений функции $y = log_5 x + 7$.

1) (0; + ∞) 2) (- ∞; 7) 3) (7; + ∞) 4) (- ∞; + ∞)

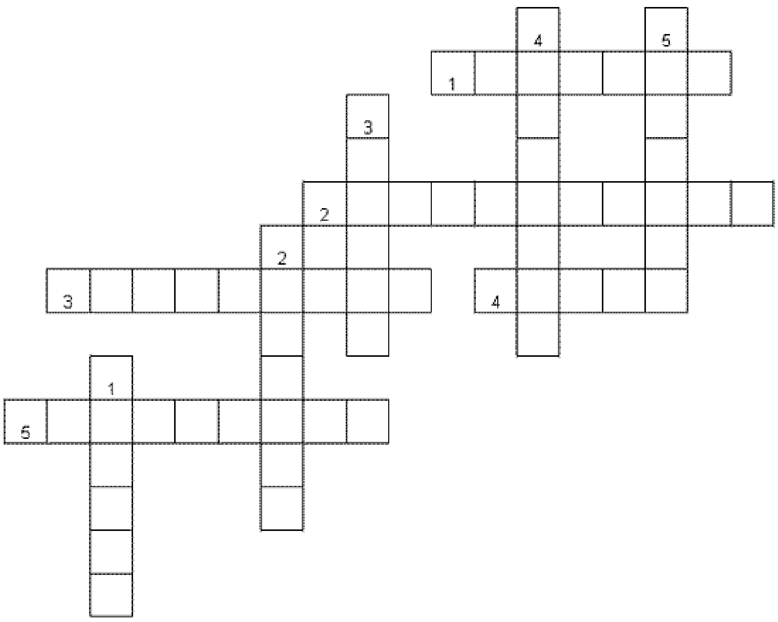
4. Рефлексия

Учитель: Давайте сейчас вместе проверим ваши тесты.

Ответы к тесту: 3; 1; 2; 3; 1; 2; 4; 3; 1; 4.

Учащиеся: Проверяют выполненный тест, ставят оценки в соответствии с критериями.

Учитель: Давайте сейчас с вами разгадаем кроссворд «Логарифмы».



По горизонтали:

1. Название члена при делении
2. Прямая, имеющая единственную общую точку с окружностью
3. Равенство двух отношений
4. Знак, меняющий значение выражения на противоположное
5. Член многочлена, имеющий только числовое значение

По вертикали:

1. Расстояние от начала отсчета до точки, изображающей число
2. Ось координатной плоскости
3. Множество точек $(x; f(x))$ на плоскости
4. Действие, определяющее сумму
5. Тригонометрическая функция

5. Домашнее задание

Из учебника «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» А. Н. Колмагорова учитель предлагает учащимся выполнить дома задания:

№ 499(а) № 501, № 504(а, г)

Приложение Е – Конспект урока

Конспект урока по теме «Логарифмическая функция и её свойства и график».

Цель: познакомить с логарифмической функцией $y = log_a x$.

Задачи:

Образовательные:

– Формировать умения строить логарифмическую кривую;

– формировать умения использовать основные свойства логарифмической функции для решения задач.

Воспитательные:

– воспитывать познавательную активность, самостоятельность, стремление расширять свой кругозор;

– воспитание интереса к предмету, способствовать сплочению коллектива учащихся.

Развивающие:

– способствовать развитию наблюдательности, умения анализировать, применять приемы сравнения, переноса знаний в новую ситуацию;

– развитие мыслительной деятельности.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Оборудование: компьютер, проектор, средства MS PowerPoint 2007, учебник «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» А.Г. Мордковича.

Ход урока.

1. Организационный момент

Учитель: Здравствуйте, присаживайтесь. Сегодня мы с вами переходим к изучению новой, сложной, но очень интересной темы.

Учащиеся: Приветствуют учителя. Настраиваются на работу.

2. Актуализация знаний

Учитель: Для начала давайте вспомним, что мы проходили ранее (устная работа).

1. Какая функция называется линейной?

2. Что является графиком линейной функции?

3. Как зависит расположение графика линейной функции на координатной плоскости в зависимости от углового коэффициента k? Приведите примеры.

4. Какой формулой задается прямая пропорциональность? Приведите примеры.

5. Какая функция называется квадратичной?

6. Что является графиком квадратичной функции?

7. Как зависит расположение графика квадратичной функции на координатной плоскости в зависимости от a? Приведите примеры.

8. Вычислите.

а) $log_2 32$; б) $log_{27}\frac{1}{27}$; в) $lg\ 0{,}0001$; г) $log_2 16\sqrt{2}$;

9. Найдите значение выражения.

а) $3^{log_3 8}$; б) $0^{log_2 7}$; в) $(\frac{1}{2})^{log_2 3}$;

г) $(\frac{1}{4})^{log_4 5}$; д) $(\frac{1}{9})^{log_3 2}$; е) $7^{log_3 27}$.

10. Какие из функций, графики которых представлены на рисунках, обратимы?

11.

а) б) в)

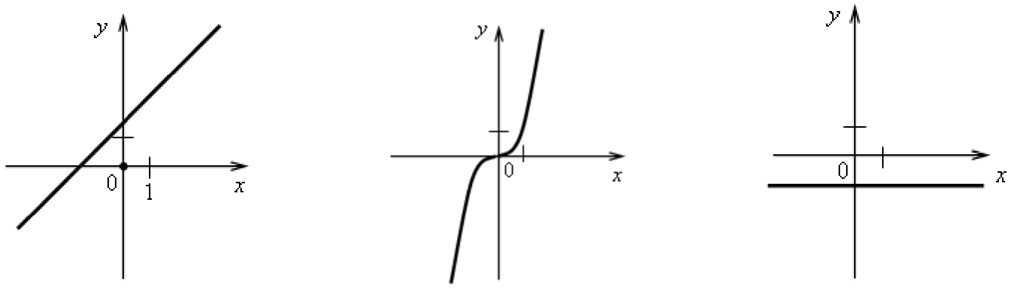


Рисунок 1 – графики функций

Учащиеся: Работают с учителем. Отвечают на вопросы.

Учитель: Молодцы!

3. Изучение нового материала

Учитель: Для любого положительного числа x можно вычислить $log_a x$ по правилу: $log_a x = y$, где $a^y = x$, $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. То есть, существует некоторое соответствие f: x $log_a x$.

Значит, можно задать функцию $y = log_a x$.

Показательная функция $y = a^x$ – монотонна, значит, обратима:

$y = a^x$;

$x = log_a y$;

$y = log_a x$.

Функция $y = log_a x$ – логарифмическая.

Так как графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $y = x$ (биссектрисы I и III координатной четверти), то можем сразу изобразить график логарифмической функции.

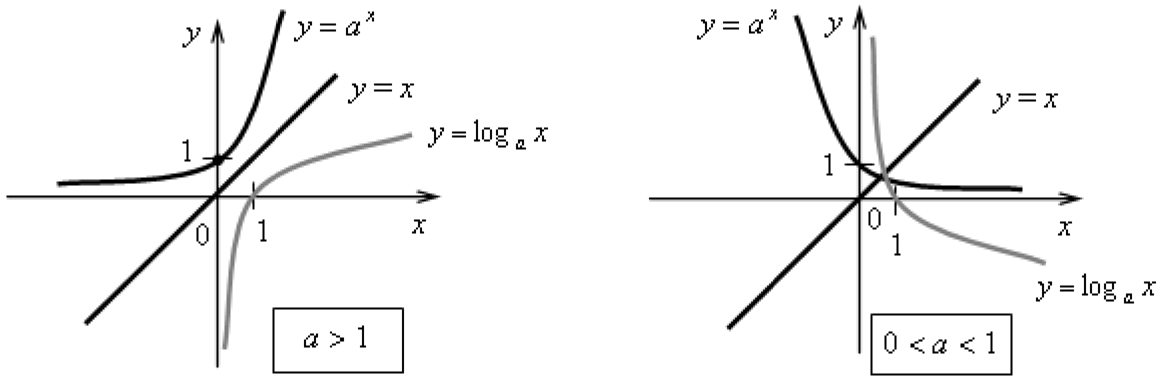


Рисунок 2 – графики логарифмической функции

График функции $y = log_a x$ называется *логарифмической кривой*.

Рассматриваем пример построения графика логарифмической функции при конкретном значении a: $log_2 x$ (с. 252–253 учебника).

Используя график логарифмической функции, выделяем её основные свойства.

Таблица 11 – Свойства логарифмической функции

$y = log_a x$	
$a > 1$	$0 < a < 1$
$D(f) = (0; +\infty)$	$D(f) = (0; +\infty)$

ни четная, ни нечетная	ни четная, ни нечетная
возрастает	убывает
не ограничена	не ограничена
не имеет наибольшего и наименьшего значений	не имеет наибольшего и наименьшего значений
непрерывна	непрерывна
$E(f) = (-\infty; +\infty)$	$E(f) = (-\infty; +\infty)$
выпукла вверх	выпукла вниз

Так же отмечаем, что ось *Oy* является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции в обоих случаях.

4. Закрепление изученного материала

1. Среди заданных функций укажите те, которые являются логарифмическими:

а) $y = log_3 x$; б) $y = log_2$;

в) $y = log_{\frac{1}{2}}(x + 17)$; г) $y = x^{log_3 7}$.

2. № 42.1.

3. № 42.2.

4. № 42.3 (устно).

5. 42.4 (а; б).

6. № 42.5 (а); № 42.6 (а; б).

Решение № 42.5.

а) $y = log_2 x$ – возрастает. Расположим аргументы функции в порядке возрастания: 0,1; $\frac{1}{6}$; 0,7; 2,6; 3,7.

Значит, в порядке возрастания числа располагаются следующим образом: $log_2 0{,}1$; $log_2 \frac{1}{6}$; $log_2 0{,}7$; $log_2 2{,}6$; $log_2 3{,}7$.

7. № 42.7 (а; б) (устно); № 42.8 (а; б); № 42.9 (а), № 42.10 (б).

Решение № 42.8.

а) Функция $y = log_3 x$ – монотонно возрастает на $(0; +\infty)$, значит,

$y_{наим.} = y(\frac{1}{3}) = log_3 \frac{1}{3} = -1$;

$y_{\text{наиб.}} = y\,(9) = log_3 9 = 2.$

б) Функция $y = log_{0,5}\,x$ – монотонно убывает на (0; +∞), значит,

$y_{\text{наиб.}} = y\left(\frac{1}{8}\right) = log_{\,0,5}\frac{1}{8} = 3;$

$y_{\text{наим.}} = y\,(16) = log_{\,0,5}16 = –4.$

Решение № 42.9.

а) $y = 4$, если $log_3 x = 4$; $x = 3^4 = 81$;

$y = –2$, если $log_3 x = –2$; $x = 3^{–2} = \frac{1}{9}$.

Значит, в силу монотонного возрастания функции $y = log_3 x$, она принимает $y_{\text{наиб.}} = 4$ и $y_{\text{наим.}} = –2$ на отрезке $\left[\frac{1}{9}; 81\right]$.

5. Самостоятельная работа

Вариант 1.

Дана функция $y = log_2(x + 8)$.

1. Постройте график заданной функции.

2. Найдите, на каком промежутке функция принимает наибольшее значение, равное 3, и наименьшее значение, равное 0.

3. Найдите, при каких значениях x значения у больше 5.

Вариант 2.

Дана функция $y = log_{0,5}\,x + 3$.

1. Постройте график заданной функции.

2. Найдите, на каком промежутке функция принимает наибольшее значение, равное 3, и наименьшее значение, равное –2.

3. Найдите, при каких значениях x значения y меньше 0.

6. Рефлексия

Учитель:

– Сформулируйте определение логарифмической функции?

– Связаны ли графики логарифмической функции $y = log_a x$ и показательной функции $y = a^x$?

– Перечислите основные свойства логарифмической функции.

Учащиеся: Отвечают на вопросы учителя.

7. Домашнее задание:

Учебник «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» А.Г. Мордковича № 42.4 (г; в), 42.5(б), 42.6(в, г), 42.9 (в, г).