

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал Сибирского федерального университета

Физико-математический
факультет
Высшей математики, информатики и естествознания
кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

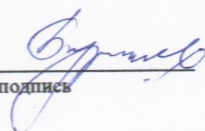
44.03.05 Педагогическое образование

44.03.05.06 Математика и информатика

код и наименование направления, подготовки, специальности


МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ И МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 10-11 КЛАССАХ

Руководитель


подпись

Ю. А. Безруких
инициалы, фамилия

Выпускник


подпись

Е. Е. Рычкова
инициалы, фамилия

Лесосибирск 2017

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ЛЕСОСИБИРСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал Сибирского федерального университета

Физико-математический

факультет

Высшей математики, информатики и естествознания

кафедра

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

44.03.05 Педагогическое образование

44.03.05.06 Математика и информатика

код и наименование направления, подготовки, специальности

МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ И МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 10-11 КЛАССАХ

Работа защищена «22» июне 20 17 г. с оценкой «хорошо»

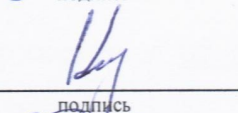
Председатель ГЭК


подпись

С. С. Аплеснин

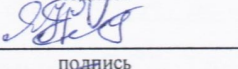
инициалы, фамилия

Члены ГЭК


подпись

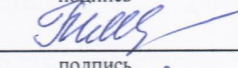
Е. В. Киргизова

инициалы, фамилия


подпись

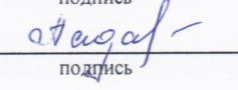
Е. Н. Яковлева

инициалы, фамилия


подпись

А. М. Гилязутдинова

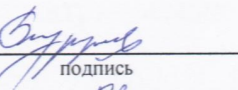
инициалы, фамилия


подпись

И. А. Падалко

инициалы, фамилия

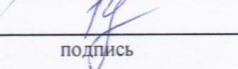
Руководитель


подпись

Ю. А. Безруких

инициалы, фамилия

Выпускник


подпись

Е. Е. Рычкова

инициалы, фамилия

Лесосибирск 2017

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Методика реализации внутрипредметных и межпредметных связей при обучении математике в 10-11 классах» содержит 69 страниц текстового документа, 2 приложения, 50 использованных источников.

МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ, ВНУТРИПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ, ИНТЕГРИРОВАННЫЙ УРОК, ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС, ПРОИЗВОДНАЯ.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы нами была изучена научная литература по теме исследования, разработан элективный курс методическими рекомендациями для его изучения, а также система задач и упражнений к элективному курсу.

Целью выпускной квалификационной работы является рассмотрение методики реализации внутрипредметных и межпредметных связей при обучении математике в 10-11 классах и разработка элективного курса, как практического подтверждения целесообразности использования внутрипредметных и межпредметных связей.

Объект: процесс обучения математике.

Предмет: внутрипредметные и межпредметные связи при обучении математике.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. Раскрыть сущность внутрипредметных и межпредметных связей.
2. Изучить формы организации внутрипредметных и межпредметных связей в процессе обучения.
3. Разработать элективный курс по теме «Производная и ее применение».
4. Разработать электронный учебник по теме «Производная и ее применение».

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ И МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ	8
1.1 Сущность межпредметных связей.....	8
1.2 Сущность внутрипредметных связей.....	15
1.3 Формы организации внутрипредметных и межпредметных связей в процессе обучения.....	20
2 ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ».....	29
2.1 Пояснительная записка.....	29
2.2 Тематическое планирование.....	33
2.3 Методические рекомендации по проведению элективного курса.....	33
Заключение.....	42
Список использованных источников.....	44
Приложение А.....	50
Приложение Б.....	69

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день необходимы учебные программы и учебники по школьным предметам, позволяющие эффективно дифференцировать усвоение материала учащимися. Это возможно при помощи реализации внутрипредметных и межпредметных связей.

Важность внутрипредметных и межпредметных связей обусловлена тем, что они в процессе обучения помогают систематизировать и расширить знания учащихся, формировать навыки и умения самостоятельной познавательной деятельности.

Межпредметные связи способствуют формированию у учащихся целостного представления о явлениях природы, а также помогают знания, изученные на одном предмете, использовать при изучении другого предмета.

Роль внутрипредметных связей в процессе обучения велика, так как они влияют на цель обучения. А также внутрипредметные связи способствуют определению логических связей между понятиями, формируют мировоззрение, уменьшают затраты учебного времени, тем самым устраняя перегрузку учащихся.

Объект исследования – процесс обучения математике.

Предмет исследования – внутрипредметные и межпредметные связи при обучении математике.

Цель – рассмотрение методики реализации внутрипредметных и межпредметных связей при обучении математике в 10-11 классах и разработка элективного курса, как практического подтверждения целесообразности использования внутрипредметных и межпредметных связей.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. Раскрыть сущность внутрипредметных и межпредметных связей.
2. Изучить формы организации внутрипредметных и межпредметных связей в процессе обучения.

3. Разработать элективный курс по теме «Производная и ее применение».

4. Разработать электронный учебник по теме «Производная и ее применение».

Теоретическую основу исследования составили:

– исследование межпредметных связей (И. Д. Зверев, П. Г. Кулагин, Н. А. Лошкарева, В. Н. Максимова, М. Н. Скаткин, М. А. Смирнова, А. В. Усова, Г. Ф. Федорец, В. Н. Федорова, Н. М. Черкес-Заде, Г. Д. Абдуллаева, В. А. Шарипов);

– исследование внутрипредметных связей (Л. В. Дубовая, А. А. Аксенов, В. А. Далингер Л. А. Терехова);

– исследование внутрипредметных и межпредметных связей математики (В. А. Далингер, Р. Ю. Костюченко, П. И. Третьяков, В. Л. Федорова, Н. А. Арзяева, Н. И. Коршунова).

Для решения поставленных задач были использованы следующие методы исследования:

1. Анализ учебной и учебно-методической литературы по теме исследования.

2. Обобщение педагогического передового опыта учителей.

Теоретическая значимость заключается в следующем:

– положения выпускной квалификационной работы могут служить основой для дальнейшего исследования в области внутрипредметных и межпредметных связей математики;

– разработана методика организации и проведения элективного курса «Производная и ее применение».

Практическая значимость заключается в разработке элективного курса «Производная и ее применение». Теоретический материал выпускной квалификационной работы может быть использован студентами при прохождении педагогической практики, а также учителями при проведении уроков.

Цель и задачи определили структуру выпускной квалификационной работы. Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников (50 наименований) и приложения.

Первая глава называется «Теоретические основы реализации внутрипредметных и межпредметных связей». Она включает в себя: сущность межпредметных связей, сущность внутрипредметных связей, формы организации внутрипредметных и межпредметных связей в процессе обучения. Вторая глава посвящена элективному курсу «Производная и ее применение». Приложение А содержит систему задач и упражнений к элективному курсу, приложение Б – электронный учебник по теме «Производная и ее применение».

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ И МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ

1.1 Сущность межпредметных связей

Идея объединения нескольких предметов возникла ещё в прошлые века. Так в XIII-XIV веках этим вопросом занимались такие выдающиеся педагоги, как Я. А. Коменский, И. Ф. Герbart, Дж. Локк, И. Г. Песталоцци, в XIV-XX веках такие русские просветители, как К. Д. Ушинский, В. Г. Белинский, а в отечественной педагогике XX века – В. Н. Максимова, Д. М. Кирюшин, В. Н. Фёдоров, Н. М. Бурцева.

В толковом словаре под связью понимается «отношение, создающее что-либо общее, взаимную зависимость между чем-либо» [42, с. 517].

Первое определение «межпредметных связей» появилось в 1961 году и трактовалось, как «взаимная согласованность учебных программ, обусловленная системой наук и дидактическими целями» [30, с. 286].

Я. А. Коменский считается одним из первых педагогов высказавших мысль о вреде разобщенного преподавания предметов. Он считал, что важнейшим условием целостности и системности знаний являются межпредметные связи. В «Великой дидактике» Коменский выделил ряд дидактических советов, которые необходимо учитывать при обучении учащихся. Один из таких советов гласит: «Всё, что находится во взаимной связи, должно преподаваться в такой же связи» [14, с. 287].

В дальнейшем данную мысль подхватил Песталоцци И. Г. В своей памятной записке «Метод» Песталоцци писал: «Приведи в своём сознании все по существу взаимосвязанные между собой предметы в ту именно связь, в которой они действительно находятся в природе» [31, с. 175].

Герbart И. Ф. обратил внимание на психологическую сторону межпредметных связей, определив их роль в развитии познавательного интереса учащихся к учебному процессу. Для образования прочных знаний,

по Гербарту, необходимо сформировать у учащихся умения воспроизведения и применения, ранее полученных знаний при приобретении новых [31, с. 186].

В. Ф. Одоевский в своих трудах писал о возможностях устранения лености учащихся за счёт межпредметных связей. Если учащиеся овладели знаниями по одним предметам, но отстают в изучении других, то задача учителя, по Одоевскому, заключается в установлении взаимосвязи между этими предметами [31, с. 214].

В педагогической литературе существует множество различных определений к понятию «межпредметных связей». Так, например, Максимова В. Н. считает, что «межпредметные связи – это особо значимый в современных условиях научной интеграции фактор формирования содержания и структуры учебного предмета, а сама структура учебного предмета служит одним из объективных источников многообразия их видов и функций» [22, с. 44].

Фёдорова В. Н., Кирюшкин Д. Н. понимают межпредметные связи, как «дидактическое условие, обеспечивающее последовательное отражение в содержании школьных естественнонаучных дисциплин объективных взаимосвязей, действующих в природе» [45, с. 32].

Кулагин П. Г. под межпредметными связями понимает «принцип обучения, согласно которому изучение нового программного материала строится с учетом содержания учебных предметов» [19, с. 14].

Лошкарёва Н. А. считает, что «межпредметные связи – это отражение в учебном знании единства связей, взаимозависимостей явлений объективного мира, т. е. отражение в учебном процессе одной из существенных закономерностей окружающей действительности» [21, с. 18].

В психолого-педагогической литературе Г. Н. Варковецкая под межпредметными связями понимает «связи между основами наук как учебных предметов, а точнее – между структурными элементами содержания образования, выдержанными в понятиях, научных фактах, законах, теориях.

Так как научные факты, законы, теории формируются через понятия или выражают взаимосвязь между понятиями в различных предметах» [22, с. 7].

Под межпредметными связями будем понимать педагогическую категорию, обозначающую отношения между объектами, явлениями и процессами, нашедшими своё отображение в содержании, формах и методах учебного процесса и выполняющую методологическую, образовательную, развивающую, воспитательную и конструктивную функции.

Рассмотрим функции межпредметных связей [23].

Методологическая функция – осуществляется в формировании у учащихся взглядов на природу, представлений о её целостности.

Образовательная функция – заключается в формировании у учащихся таких качеств, как системность, гибкость, осознанность, глубина. Межпредметные связи представляют собой средство развития понятий, а также помогают усвоению связей между ними и смежными понятиями.

Развивающая функция – отражается в развитии творческого мышления, самостоятельности, интереса к предмету. Межпредметные связи позволяют осилить предметное бездействие мышления, а также способствуют расширению кругозора учащихся.

Воспитывающая функция – отражена в поддержке воспитания учащихся. Учитель осуществляет комплексный подход к воспитанию, применяя связь с другими предметами.

Конструктивная функция – заключается в том, что учитель улучшает учебный материал, а также методы и формы обучения. При реализации межпредметных связей необходимо учитывать планирование учителями-предметниками, которое подразумевает знание учащимися смежных предметов.

Существуют разные классификации межпредметных связей. Первая классификация основывается по форме и типу связей [48]. (Таблица 1)

Таблица 1 – Классификация межпредметных связей по форме и типу связей

Формы межпредметных связей	Типы межпредметных связей		Виды межпредметных связей
По составу	Содержательные		Фактические, понятийные, теоретические, философские, идеологические
	Операционные		Сравнительные, причинно-следственные, индуктивные, дедуктивные, аналитические, синтетические, обобщающие
	Методические		По использованию педагогических методов и приёмов
	Организационные		Урочные, тематические, сквозные, внутрицикловые, межцикловые
По направлению	Односторонние, двусторонние, многосторонние		Прямые, обратные или восстановительные
По способу взаимодействия элементов (многообразие вариантов связи)	Временной характер	Хронологические	Преимущественные, синхронные, перспективные
		Хронометрические	Локальные, среднедействующие, длительно действующие

Рассмотрим виды межпредметных связей. Внутренняя структура предмета является формой. Можно выделить три формы: по составу, по направлению, по способу взаимодействия элементов.

По составу можно выделить следующие типы межпредметных связей: содержательные, операционные, методические, организационные.

Организационные межпредметные связи по формам и способам организации учебно-воспитательного процесса подразделяются на урочные, тематические, сквозные, внутрицикловые и межцикловые связи.

Операционные межпредметные связи по формулирующим навыкам, умениям и мыслительным операциям можно классифицировать на сравнительные, причинно-следственные, индуктивные, дедуктивные, аналитические, синтетические, обобщающие связи. Содержательные межпредметные связи по содержанию делятся на фактические, понятийные, теоретические, философские и идеологические связи.

Обозначив стороны связей за А, В, С, D по направлению связей можно выделить следующие типы межпредметных связей:

- Если $B \rightarrow A$, то связь называется односторонней.
- Если $B \rightarrow A$ и $C \rightarrow A$, то связь называется двусторонней.
- Если $B \rightarrow A$, $C \rightarrow A$, $D \rightarrow A$ и т.д., то связь называется многосторонней.

Рассмотренные типы межпредметных связей могут быть прямыми и обратными или восстановительными. Связи называются прямыми, если они действуют в одном направлении. Связи называются обратными или восстановительными, если они действуют в двух направлениях (прямом и обратном).

По временному характеру можно выделить хронологические и хронометрические межпредметные связи.

Связи называются хронологическими, если они осуществляются последовательно. Они в свою очередь подразделяются на преемственные, синхронные и перспективные межпредметные связи. Если в ходе изучения материала учитель опирается на уже известные учащимся знания по другим предметам, то связи называются преемственными. Если в ходе изучения материала некоторые понятия одного предмета изучаются одновременно в курсе другого предмета, то связи называются синхронными. Если в ходе изучения материала ряд вопросов или понятий изучается раньше, чем в курсе другого предмета, то связи называются перспективными.

Хронометрические связи – это связи, которые характеризуются продолжительностью взаимодействия элементов. Они подразделяются на

локальные, среднедействующие и длительно действующие межпредметные связи.

С помощью данной классификации межпредметных связей также можно классифицировать и внутрипредметные связи. Во внутрипредметных связях из хронологических видов основными являются преемственные и перспективные связи, а синхронные отсутствуют.

Вторая классификация по содержанию предметов естественнонаучного цикла [48].

Фактические связи – это связи, осуществляемые между предметами. Данный вид межпредметных связей отражён в учебных программах, а также часто используется на уроках, особенно в начальной и средней школе.

Понятийные связи – это связи, которые сконцентрированы на формировании общих терминов для смежных предметов. Ф. П. Соколова, А. В. Усова и В. Н. Фёдорова занимались исследованием формирования понятий учащихся на основе межпредметных связей.

Теоретические связи – это связи, которые поэтапно увеличивают знания учащихся, получаемые по родственным предметам, для неразрывного изучения материала.

Философские связи – это связи, которые помогают учащимся усвоить идеи материализма и познания. С помощью межпредметных философских связей происходит обобщение представления о мире в целом, а каждый изучаемый предмет способствует формированию единой картины мира.

Идеологические связи – это связи, которые формируются в ходе совместной работы учителей-предметников естественнонаучного цикла с целью раскрыть содержание учебного предмета.

Третья классификация по широте осуществления межпредметных связей. Различают внутрицикловые (связи математики с такими предметами, как информатика и физика) и межцикловые (связи математики с такими предметами, как химия, биология, география, история, литература) связи [29].

Процесс обучения, основанный на использовании межпредметных связей можно представить в виде трёх ступеней [48]. (Таблица 2)

Таблица 2 – Этапы обучения на основе использования межпредметных связей

Первая ступень – воспроизводящая. Цель – приучить учащихся использовать полученные знания.		
1 этап. Учащиеся повторяют необходимые знания из соответствующих предметов.	2 этап. Учитель объясняет новый учебный материал, используя факты и понятия из одного учебного предмета, на примерах из другого.	3 этап. Учитель излагает новый материал, привлекая теорию из смежного предмета для объяснения рассматриваемых явлений.
Вторая ступень – использование знаний. Цель – перенос знаний из предмета в предмет.		
4 этап. Учащиеся должны самостоятельно воспроизводить отдельные знания фактического или теоретического характера из смежных предметов.	5 этап. Учащиеся должны привлекать факты и понятия, усвоенные ими на уроках одного предмета, для подтверждения вновь усваиваемых знаний на уроках другого.	6 этап. Учащиеся должны самостоятельно привлекать теорию, изучаемую на уроках одного предмета, для объяснения изучаемых явлений в курсе другого.
Третья ступень – обобщающая. Цель – обучить учащихся применять понятия, факты, законы и теории для иллюстрации единства мира, а также использовать общие законы диалектики для объяснения явлений.		
7 этап. Учитель объясняет проявление в изучаемых на уроках данного предмета явлениях общих законов диалектики.	8 этап. Учитель объясняет место изучаемых явлений в общей картине мира.	9 этап. Учащиеся воспроизводят общие законы диалектики при объяснении явлений, изучаемых на уроках данного предмета.

Значимость указанных выше ступеней и этапов заключается в том, что с их помощью упорядочивается деятельность учителя по реализации межпредметных связей, они позволяют оценить достигнутые результаты обучения, они позволяют оценить уровень овладения учащимися умением использовать знания, полученные при изучении предмета [48].

Таким образом, на уроке при использовании межпредметных связей происходит развитие интеллектуальных умений учащихся. Межпредметные связи способствуют развитию творческой деятельности, а также активизируют познавательную деятельность учащихся.

1.2 Сущность внутрипредметных связей

Проанализировав учебно-методическую литературу можно выявить, что разные авторы внутрипредметные связи определяют по-разному.

А. В. Усова под внутрипредметными связями понимает «условие, обеспечивающее последовательное отражение содержания предметов» [41, с. 24].

По П. И. Образцову «внутрипредметные связи – это содержательные, смысловые связи между темами учебной дисциплины» [29, с. 21].

В своей работе Л. В. Дубовая под внутрипредметными связями понимает «конструкцию учебного процесса, которая связывает элементы структуры внутрипредметного содержания образования и состоит из объекта связи и канала связи. Объект связи – это любой элемент знаний, навыков и умений, принадлежащих рассматриваемому предмету, и используемому, по крайней мере, в двух элементах его структуры. Канал связи – это один или несколько элементов образовательной технологии предмета, внутри которого устанавливается связь» [9, с. 18].

Таким образом, внутрипредметные связи можно представить в виде схемы (Схема 1).

Схема 1 – Внутрипредметные связи



Направление внутрипредметных связей определяется последовательно и задаётся направлением передачи информации – от элемента структуры, в котором объект связи появился в первый раз, к элементу структуры, с которым устанавливается связь [9].

Проанализировав все приведённые определения можно выявить, что в них не учитывается деятельность учителя. Поэтому под внутрипредметными связями будем понимать связи между знаниями учебной дисциплины, реализуемые в учебном процессе с помощью соответствующей методики обучения.

Внутрипредметные связи играют значительную роль в процессе обучения, так как они напрямую влияют на достижение образовательных, развивающих и воспитательных задач обучения. Также внутрипредметные связи способствуют формированию у учащихся научного мировоззрения, логического мышления, способствуют осуществлению логических связей между различными понятиями.

Учёт внутрипредметных связей в процессе обучения облегчает систематизацию и углубление знаний, а также самостоятельную деятельность учащихся.

В качестве средства реализации внутрипредметных связей В. А. Далингер выделил обобщающее повторение, так как именно при помощи него учитель сможет установить взаимосвязи между элементами знания, ранее не входящие в них [49].

Существуют различные классификации обобщающего повторения. Первая классификация основывается на содержании повторяемого материала, здесь можно выделить следующие виды обобщающего повторения: [49]

1. Обобщающее повторение на уровне понятий – ранее изученные понятия сопоставляются, учащиеся учатся формулировать понятия через другие определения. Данное повторение позволяет выработать у учащихся

умение сравнивать понятия, используя такие методы как наблюдение и сравнение.

2. Обобщающее повторение на уровне системы понятий – среди ранее изученных понятий устанавливается их иерархия. Данное повторение направлено на раскрытие общих свойств системы понятий.

3. Обобщающее повторение на уровне теорий – ранее полученные знания освещаются в плане внутриспредметных и межпредметных связей, это обусловлено тем, что некоторые понятия излагаются с позиции одной теории в различных учебных предметах.

В зависимости от дидактической цели можно выделить пять видов обобщающего повторения:

1. Опорное – повторение знаний, необходимых для изучения нового материала.

2. Подкрепляющее – повторение, подкрепляющее изучение нового материала, при котором изучение новых знаний происходит параллельно с актуализацией знаний.

3. Корректирующее – повторение, следующее после изучения нового материала, с целью корректировки полученных знаний.

4. Углубляющее – повторение, следующее после изучения нового материала, с целью углубления полученных знаний.

5. Обобщающе-систематизирующее – повторение, осуществляемое в форме обобщающих уроков, целью которых является систематизация и обобщение ранее изученного материала.

А. А. Аксёнов в своей диссертации выделил восемь функций внутриспредметных связей [2].

Философская функция. У математики как науки и как учебного предмета много возможностей для формирования диалектического познания мира. Реализуя внутриспредметные связи можно понять единство разных субъектов математики. Внутриспредметные связи как одно из самых мощных средств реализуются при помощи решения задач.

Языковая функция. Математика является языком, при помощи которого говорит природа. Формирование познания математики как языка при помощи решения задач имеет важную роль в реализации внутрипредметных связей.

Развивающая функция. Развитие логического и математического мышления учащихся является важным фактором реализации внутрипредметных связей при помощи решения задач, так как при изучении математики учащиеся учатся применять математические знания, находить общие закономерности.

Функция уменьшения «сброса знаний». Суть «сброса знаний» заключается в забывании информации, не используемой определённое время. Реализация внутрипредметных связей при помощи решения задач является основным способом уменьшения «сброса знаний», так как использование одинаковых закономерностей позволяет учащимся чаще повторять изученный материал.

Пропедевтическая функция. Пропедевтика способствует качественному усвоению материала. Реализация внутрипредметных связей при помощи решения задач выполняет пропедевтику материала. Внутрипредметные связи облегчают решение задач, способствуют применению учащимися известных приёмов решения задач.

Интенсифицирующая функция. Реализация внутрипредметных связей способствует интенсификации образовательного процесса, так как благодаря внутрипредметным связям экономится время за счёт уплотнения учебного материала.

Воспитывающая функция. У учащихся воспитывается трудолюбие, аккуратность, за счёт использования «обратных» связей между субъектами и объектами.

Системообразующая функция. За счёт реализации внутрипредметных связей при помощи решения задач, учебный материал излагается в системном виде, что значительно улучшает качество знаний учащихся.

В своей диссертации [2] А. А. Аксёнов внутрипредметные связи разделяет на два уровня – внутрипредметные связи на уровне математических субъектов и внутрипредметные связи на уровне математических объектов.

Под математическим субъектом подразумевается отдельное минимальное утверждение, обладающее строгой внутренней логикой, полностью определяющей его целостность и тождественность самому себе. Также между субъектами математики можно установить два типа внутрипредметных связей – логический и аналитический.

Под математическим объектом понимается любая совокупность объектов математики.

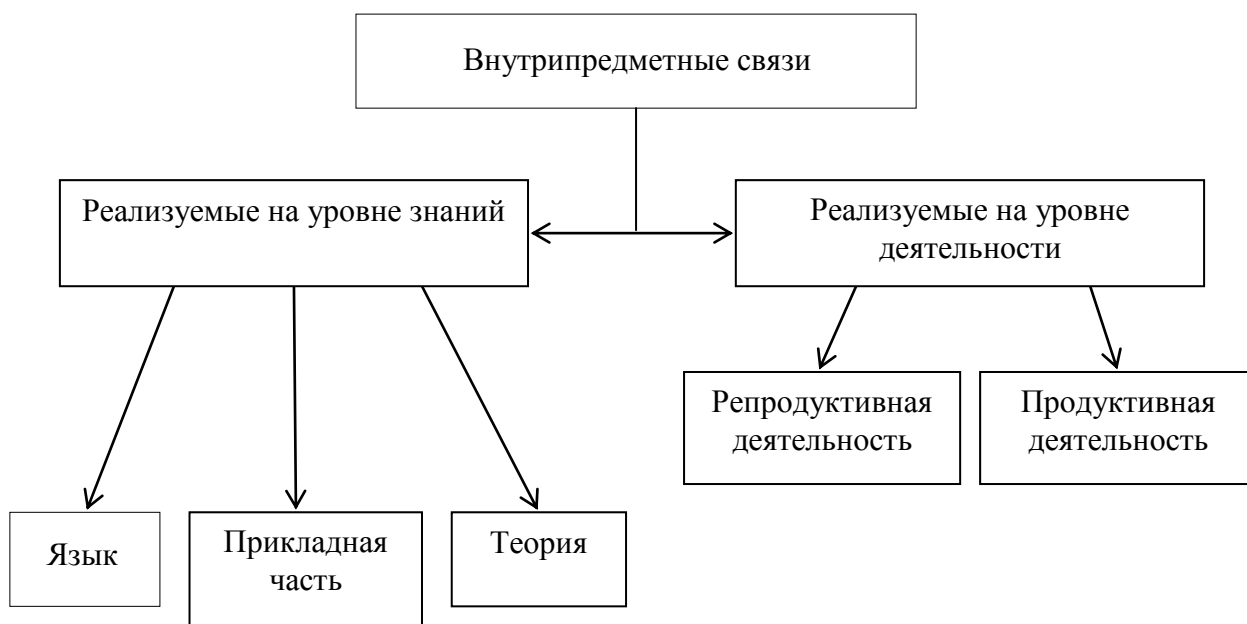
Внутрипредметные связи, определяемые между двумя субъектами, называются безусловными, если истинность (ложность) первого субъекта нельзя установить без применения второго субъекта.

Внутрипредметные связи, определяемые между двумя субъектами, называются условными, если истинность (ложность) первого субъекта всегда возможно установить без применения второго субъекта, при замене последнего другим (другими) субъектами.

Пусть A и B – математические объекты (непустые), между которыми установлена внутрипредметная связь. Внутрипредметные связи между A и B называются безусловными, если существует хотя бы одна пара субъектов $(a_i; b_j)$, где $a_i \in A, b_j \in B$, и между a_i и b_j установлены безусловные внутрипредметные связи. Иначе внутрипредметные связи между объектами A и B называются условными.

В. А. Далингер в статье [8] предложил свою классификацию внутрипредметных связей, в основу которой положены компоненты структуры связей (Схема 2).

Схема 2 – Классификация внутрипредметных связей по В. А. Далингеру



Целью внутрипредметных связей реализуемых на уровне знаний является создание обобщенных знаний по предмету, а реализуемых на уровне деятельности - создание системы деятельности, общей для разных тем предмета.

Таким образом, можно увидеть, что внутрипредметные связи способствуют целостному восприятию изучаемого материала, а также являются важным условием для построения содержания изучаемого предмета.

1.3 Формы организации внутрипредметных и межпредметных связей в процессе обучения

За счет реализации внутрипредметных и межпредметных связей появились такие формы организации учебного процесса, как интегрированный урок, интегрированный элективный курс, межпредметный факультатив, межпредметная конференция (семинар). Рассмотрим эти формы поподробнее.

Наиболее распространённой формой организации межпредметных связей является интегрированный урок. Интегрированный урок – «это урок, в котором вокруг одной темы объединяется материал нескольких предметов» [32, с. 235].

Интегрированный урок обладает следующими особенностями: учебный материал изложен чётко и кратко, логически взаимосвязан со смежными предметами, обладает информативной ёмкостью.

Рассмотрим этапы подготовки и проведения интегрированного урока [24].

I этап – подготовительный. Включает в себя: планирование, организация творческой группы, конструирование содержания урока, репетиции. Во время планирования урока необходимо решить вопрос о количестве интегрированных уроков, их темы и даты проведения. Организация творческой группы – это важный момент, так как от взаимоотношений участников группы (учителей) зависит успех урока. В ходе конструирования содержания необходимо определить план урока, а именно каждый участник творческой группы выдвигает свой вариант урока, методов и форм обучения и выбирается наиболее подходящий вариант, соответствующий цели урока. Затем составляется план конспекта урока. В ходе репетиции необходимо продумать, кто и что делает, временные рамки урока и т.д.

II этап – исполнительный. В начале урока необходимо оказать эмоциональное воздействие на учащихся, для настроя их на восприятие материала. В заключение урока требуется обобщить материал, подвести итог, сформулировать выводы.

III этап – рефлексивный. Проводится анализ урока, учитываются его достоинства и недостатки.

Подготовка и проведение интегрированного урока требует от учителя большого количества времени. У учащихся создаются условия для развития интеллектуальных умений, применения знаний в практической деятельности.

Учитель создаёт условия для формирования таких качеств как дисциплинированность, самостоятельность, активность, инициативность и т.д.

Типы и формы интегрируемого урока: [24]

1) урок формирования новых знаний:

- урок-путешествие;
- урок-исследование;
- урок-экскурсия;
- мультимедиа-урок;
- проблемный урок.

Структура урока: организационный этап, постановка цели и задач, актуализация знаний, изучение новых знаний, обобщение и закрепление изученного материала, подведение итогов урока, домашнее задание.

Урок формирования новых знаний можно дифференцировать как традиционный и современный уроки.

На современном уроке применяются такие методы обучения, как объяснительно-иллюстративные, частично поисковые и исследовательские. Используются такие формы обучения, как индивидуальная, парная, групповая, фронтальная.

Традиционный урок проводится в основном при помощи объяснительно-иллюстративного метода, с применением различных наглядных пособий.

2) урок обучения умениям и навыкам:

- урок-практикум;
- урок-сочинение;
- урок деловая игра или ролевая игра;
- комбинированный урок;
- урок-путешествие.

Структура урока: организационный этап, постановка цели и задач, проверка домашнего задания и актуализация знаний, решение задач разных типов (стандартного, реконструктивно-вариативного и творческого), проверка сформированности умений и навыков, домашнее задание.

На уроке применяются такие методы обучения, как частично-поисковые, практические и репродуктивные. Используются индивидуальные, парные и групповые формы обучения.

Урок обучения умениям и навыкам основывается на использовании учебников, различных сборников с заданиями, раздаточного материала. Отличается высоким воспитательным потенциалом, который заключается в парной и групповой работе, которая формирует у учащихся взаимопомощь и поддержку.

3) урок повторения, систематизации и обобщения знаний, закрепления умений:

- повторительно-обобщающий урок;
- урок-беседа;
- урок-анализ контрольных работ.

Урок повторения, систематизации и обобщения знаний, закрепления умений обладает наибольшей возможностью реализации межпредметных связей.

Структура урока: организационный этап, постановка цели и задач, применение знаний и умений при решении стандартных и нестандартных заданий, подведение итогов урока, домашнее задание.

При организации урока повторения и систематизации знаний используются такие виды деятельности, как беседа, дискуссия, лабораторная работа, а также решение задач. На уроках применяются разные виды репродуктивно-поисковой, частично поисковой и творческой деятельности.

4) урок применения знаний на практике:

- урок деловая игра или ролевая игра;
- урок-практикум;

– урок защиты проектов.

Структура урока: организационный этап, постановка цели и задач, проверка домашнего задания, актуализация знаний, применение знаний и умений при решении практических заданий, домашнее задание.

На уроке применения знаний учащиеся занимаются решением практических заданий. Используются такие формы обучения, как индивидуальная, парная, фронтальная, групповая. А также такие методы обучения, как исследовательские, поисковые и частично-поисковые.

5) урок контроля и проверки знаний и умений:

- урок-зачёт;
- урок-викторина;
- контрольная работа;
- защита творческих работ и проектов.

Урок контроля и проверки знаний и умений можно дифференцировать как уроки устного, письменного и комплексного контроля знаний.

Структура урока устного контроля знаний: организационный этап, постановка цели и задач, проверка сформированности знаний, умений и навыков, обобщение и систематизация знаний, домашнее задание.

Урок проводится с применением индивидуального и фронтального опроса, а также используется такая форма обучения, как парная. Выполняется индивидуальная проверка сформированности знаний каждым учеником, в ходе которой учитель вносит свои коррективы.

Структура урока письменного контроля знаний: организационный этап, постановка цели и задач, выполнение учащимися практических заданий.

Урок проводится с применением индивидуальной формы обучения. Каждый учащийся выполняет задания самостоятельно. На уроке учитель может применять раздаточный материал.

Урок комплексного контроля знаний позволяет сочетать в себе такие формы обучения, как фронтальный опрос с целью определения уровня

знаний учащихся и класса в целом, а также парный опрос для взаимопроверки усвоения материала учащимися.

б) комбинированный урок.

В структуре комбинированного урока могут совмещаться – формирование знаний, закрепление знаний, формирование умений и навыков, подведение итогов урока, домашнее задание.

Комбинированный урок трудно проводить в интегрированной форме. Это объясняется тем, что на комбинированном уроке в основном осуществляется повторение материала, закрепление материала, контроль умений и знаний, и совсем не много на изучение нового материала.

Преимущества интегрированного урока заключаются в следующем:

- интегрированный урок позволяет расширить знания о предмете и кругозор;
- интегрированный урок способствует формированию умений сравнивать, обобщать, делать выводы;
- интегрированный урок помогает повысить мотивацию у учащихся к учению, а также способствует развитию познавательного интереса.

Планируя интегрированные уроки необходимо учитывать следующее:

- 1) проводя интегрированный урок, учителя-предметники должны обеспечить согласованность действий;
- 2) интегрированный урок помогает снять утомляемость и нагрузку учащихся с помощью смены видов деятельности;
- 3) интегрированный урок соединяет несколько предметов, поэтому очень важно верно установить цель урока.

Межпредметный факультатив – это необязательный курс по выбору, способствующий интеграции знаний по учебным предметам и направленный на развитие индивидуальных способностей и интересов учащихся. При проведении данного факультатива могут быть использованы такие методы и формы организации обучения как:[7]

– Беседа. Позволяет учителю задействовать на занятии большинство учащихся. Организация метода беседы заключается в тщательно продуманной системе наводящих или вспомогательных вопросов. К главным преимуществам беседы можно отнести: побуждает учащихся к активной деятельности, способствует развитию памяти, выступает диагностическим средством.

– Лекция. Является одним из словесных методов изложения материала. Организация метода лекции заключается в четко продуманном плане занятия, логическом и последовательном изложении нового материала.

– Эксперимент. Способствует формированию интереса к предмету, а также практических навыков и умений, учит наблюдать за различными процессами или явлениями.

– Семинар. Является одной из современных форм организации обучения, заключающейся в совместном обсуждении учителя с учащимися изученных вопросов. К преимуществам семинара можно отнести возможность контролировать знания и навыки учащихся, устанавливать взаимосвязь с их жизненным опытом.

– Практическое занятие. Данная форма организации предполагает самостоятельную работу учащихся и способствует формированию практических умений и навыков.

Интегрированный элективный курс – это обязательный курс по выбору, направленный на установление внутрисубъектных и межпредметных связей по смежным дисциплинам. Его целью является интеграция знаний учащихся о различных явлениях, действующих в природе. Данный элективный курс знакомит учащихся с комплексными задачами, для решения которых необходимо синтезировать знания по различным предметам, формирует общеучебные знания, умения и навыки. На элективных курсах отдаётся предпочтение поисковым и исследовательским методам обучения, таким как проблемный рассказ, исследовательская лабораторная работа, проблемно-поисковая беседа и другие [32].

При проведении элективного курса Л. В. Федяева предлагает использовать такие активные методы как метод проектов, метод реферативно-исследовательской деятельности, метод использования информационных технологий с целью улучшения взаимодействия между учащимися, повышения интереса учащихся к предметам и позволяющие сделать проведение элективного курса более эффективным [43].

При организации элективного курса необходимо учитывать следующие требования:

- избыточность (у учащихся должна быть возможность выбора среди нескольких элективных курсов);
- кратковременность (от 6-16 часов, 4-5 курсов в год);
- межпредметная интеграция;
- активные формы обучения;
- использование учебного пособия.

Межпредметная конференция также как и семинар способствует обобщению знаний учащихся по разным предметам вокруг какой-либо проблемы, идеи, темы. Отличительной чертой конференции от традиционного урока являются доклады учащихся, которые выступают главным источником знаний. Роль учителя заключается в консультации и оценке деятельности учащихся. Методика проведения конференции заключается в последовательном выступлении учащихся с сообщениями с целью раскрытия темы, а методика проведения семинара может быть разнообразной, например, включать беседу, дискуссию, опыты и др.

При подготовке доклада к межпредметной конференции можно выделить пять этапов: [13]

1 этап. Выбор учащимися темы доклада.

2 этап. Определение учащимися цели, задач, актуальности доклада, а также составление плана доклада и подбор необходимой литературы.

3 этап. Изучение учащимися литературы. Консультация учащихся с учителем по собранному теоретическому материалу.

4 этап. Коррекция учителем доклада учащихся.

5 этап. Оформление доклада, подготовка презентации.

Ещё одной формой организации внутрипредметных и межпредметных связей, которая проводится в 11 классе, является единый государственный экзамен (далее ЕГЭ). ЕГЭ по математике включает в себя экзаменационный материал, изучаемый учащимися с 5 по 11 классы. С 2015 года ЕГЭ по математике было разделено на два уровня: базовый и профильный. Задания базового уровня направлены на умение применять полученные знания в практической деятельности; умение работать с информацией, заданной в различном виде (диаграмма, таблица, график), а также на развитие логического мышления. Задания профильного уровня направлены на умение применять математические знания в повседневной жизни; а также на проверку освоения математики на профильном уровне. В базовом уровне всего 20 заданий, 3 из них межпредметного характера. В профильном уровне всего 21 задание, 2 из них межпредметного характера. Чаще всего в экзаменационных материалах ЕГЭ встречается связь математики и физики.

Таким образом, проанализировав формы организации внутрипредметных и межпредметных связей, можно сказать, что наиболее методически разработанной формой является интегрированный урок. Интегрированный урок предоставляет возможность решать ряд задач, например, мотивировать учащихся к активной учебной деятельности с помощью нестандартного урока; организовывать учащихся к работе с операциями мышления, такими как сравнение, анализ, синтез, обобщение, классификация; показать применение межпредметных связей при решении разных задач. Такие формы как интегрированный элективный курс, межпредметный факультатив, межпредметная конференция (семинар) редко используются в процессе обучения.

2 ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ»

В качестве одного из путей эффективной реализации внутрипредметных и межпредметных связей является разработка элективного курса, так как он позволяет устранить причины редкого использования внутрипредметных и межпредметных связей, такие как:

- подготовка к занятиям межпредметного характера затрачивает большое количество времени;
- изучение материала по различным предметам не совпадает по времени, а также одни и те же понятия по-разному трактуются в различных предметах;
- недостаточность методических пособий межпредметного характера для подготовки и проведения занятий.

Именно поэтому мною был разработан элективный курс «Производная и её применение», который позволяет реализовать взаимосвязь между предметами. Отличительной особенностью данного элективного курса от других подобной тематике является использование не только традиционных форм организации занятий, но и не традиционных, таких как тренинг, интерактивная лекция, интегрированный урок и т. д.; а также то, что элективный курс направлен не только на обобщение знаний учащихся по теме «Производная», но и на расширение знаний учащихся в области применения производной в школьных предметах и в жизни.

2.1 Пояснительная записка

Производная – одно из важнейших, фундаментальных понятий математического анализа. Однако учащиеся, зачастую сталкиваясь с этим понятием в первый раз, не осознают для чего нужно его изучать, не видят практического применения. Данная разработка отвечает на такие вопросы как:

- зачем изучать производную;
- где можно использовать знания, связанные с производной в жизни, при изучении других предметов, при сдаче ЕГЭ.

На занятиях курса есть возможность устранить пробелы учащихся, выявить слабые места, оказать помощь при систематизации материала.

Цель элективного курса – углубить и систематизировать знания учащихся по теме «Производная».

Задачи:

Образовательные:

- повторить и закрепить понятие производной, формулы дифференцирования и правила дифференцирования;
- познакомить учащихся с применением производной в различных школьных предметах;

Развивающие:

- развитие логического мышления;
- развитие коммуникативных способностей учащихся;

Воспитательные:

- воспитание интереса к математике;
- воспитание умения работать в группах.

Данный элективный курс является межпредметным с практической направленностью и предназначен для учащихся 10-11 классов, обучающихся в классах физико-математического профиля. Курс рассчитан на 17 часов, которые проводятся в течение учебного года по 1 часу в неделю. Курс «Производная и ее применение» реализует внутриспредметные и межпредметные связи с такими дисциплинами, как алгебра, физика, химия, биология и география.

Материал данного элективного курса способствует формированию интереса к математике; развитию творческих способностей, навыков самостоятельной работы учащихся с литературой; позволяет сделать учебный

процесс более ярким и интересным; а также даёт дополнительную подготовку учащихся к ЕГЭ.

В курсе «Производная и ее применение» рассматривается:

- история возникновения и развития производной;
- применение производной в школьных предметах;
- решение прикладных задач при помощи производной;
- решение задач при помощи производной в ЕГЭ по математике.

На протяжении всего элективного курса проводится текущий контроль успешности выполненных практических работ. Контроль осуществляется по результатам выполнения учащимися практических заданий. Итоговый контроль реализуется в форме тестирования в тестовой оболочке «MyTest X».

Изучение данного элективного курса позволяет учащимся:

- повторить и систематизировать школьный материал по теме «Производная»;
- расширить свои знания в области производной в ходе решения задач;
- научиться распознавать и решать задачи при помощи производной;
- ясно, четко и грамотно излагать свои мысли при решении задач;
- повысить познавательный интерес к математике.

На занятиях элективного курса используются такие формы организации обучения, как: лекция, практикум, урок-экскурсия, урок-викторина, интегрированный урок.

Теоретический материал дается в виде лекции либо отводится на самостоятельное изучение учащимися при помощи электронного учебника (Приложение Б).

Элективный курс разработан в соответствии с требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта,

утвержденного приказом Министерства образования и науки России от 17.05.2012 г. №413.

Таблица 3 – Формируемые компетенции элективного курса

Формируемые компетенции	
Личностные	Навыки сотрудничества со сверстниками и взрослыми в различных видах деятельности; способность вести диалог с другими людьми; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности.
Метапредметные	Умение самостоятельно определять цели деятельности, а также осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности; владение языковыми средствами (умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения).
Предметные компетенции	Формирование понятийного аппарата по основным разделам курса математики, а также знаний основных теорем, формул и умения их применять; владение методами доказательств и алгоритмов решения, а также умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Список литературы:

1. Башмаков, М. И. Математика. Задачник: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М. И. Башмаков. – 5-е изд., стер. – Москва : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Могильницкий, В. А. Производная и ее применение: учебное пособие / В. А. Могильницкий, С.А. Шунайлова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 107 с.
3. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. В 2 ч. Ч 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – 14-е изд., стер. – Москва : Мнемозина. – 2013. – 400 с.: ил.

2.1 Тематическое планирование

Предлагаемый элективный курс специализирован под учащихся, стремящихся углубить свои знания по теме «Производная», а также желающих научиться решать различные задачи на применение производной.

№ п/п	Содержание курса	Количество часов	Форма контроля
1	Введение в курс «Производная и ее применение».	1	-
2	<i>Тема 1.</i> История возникновения производной.	1	Опрос
3	<i>Тема 2.</i> Понятие производной. Правила дифференцирования.	1	Викторина
4	<i>Тема 3.</i> Производная и ее применение в алгебре.	3	Практическая работа
5	<i>Тема 4.</i> Производная и её применение в физике.	2	Практическая работа
6	<i>Тема 5.</i> Производная и её применение в биологии и химии.	2	Опрос
7	<i>Тема 6.</i> Производная и её применение в географии.	1	Опрос
8	<i>Тема 7.</i> Производная в прикладных задачах.	2	Практическая работа
9	<i>Тема 8.</i> Производная высших порядков.	1	Опрос
10	<i>Тема 9.</i> Производная в ЕГЭ.	2	Тренинг
11	Итоговое тестирование.	1	Тестирование
	ВСЕГО:	17	

2.3 Методические рекомендации по организации элективного курса

На сегодняшний день существует много различных элективных курсов по применению производной. Но, как правило, в них в основном отражаются

теоретические аспекты и ряд заданий, а методические рекомендации по их проведению не указаны.

Определим методические рекомендации по изучению элективного курса «Производная и ее применение».

Темы занятий курса снабжены методическими рекомендациями, а также дидактическими материалами.

Вводное занятие.

Тема занятия: Введение в курс «Производная и ее применение».

Цель: знакомство учащихся с основными положениями курса.

Форма организации: лекция.

Методы: словесные (беседа, рассказ).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

На вводном занятии необходимо ознакомить учащихся с темами, целью, задачами элективного курса. Определить уровень готовности учащихся к изучению курса, а также уровень базовых знаний по теме «Производная».

Тема 1.

Тема занятия: История возникновения производной.

Цель: знакомство учащихся с историей возникновения и развития производной.

Форма организации: урок-экскурсия.

Методы: словесные (рассказ, беседа), наглядные (демонстрация презентации).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: историю возникновения и развития производной;

уметь: находить производные.

На занятии об истории возникновения производной, можно использовать следующий материал:

– предпосылки появления производной;

– вклад Евклида, Архимеда, Герона, Ферма, Лагранжа, Коши в открытие производной;

– открытие понятия «производная» Ньютоном и Лейбницем.

Занятие проводится в форме урока-экскурсии, что позволяет сделать процесс обучения более интересным, заставляет учащихся мыслить логически, а также способствует развитию наблюдательности.

Тема 2.

Тема занятия: Понятие производной. Правила дифференцирования.

Цель: проверить уровень усвоения знаний, умений и навыков по теме «Производная».

Форма организации: урок-викторина.

Методы: словесные (устный опрос, беседа), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные.

Данное занятие направлено на проверку знаний учащихся по теме «Производная». Особое внимание необходимо уделить повторению таблицы производных элементарных функций, физический и геометрический смысл производной, а также правилам нахождения производной, так как этот теоретический материал будет очень важен в дальнейшем на занятиях при решении задач.

Занятие проходит в форме урока-викторины, что способствует развитию познавательной активности учащихся и интересу к математике за счет игровых технологий.

Тема 3.

Тема занятия: Производная и ее применение в алгебре.

Цель: научиться применять производную при решении задач по алгебре.

Форма организации: интегрированный урок.

Методы: словесные (беседа), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончанию изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать задачи по алгебре при помощи производной.

Занятие необходимо начать с актуализации опорных знаний, так как это поможет учащимся лучше усвоить материал. Также можно повторить с учащимися применения производной изученные в школьном курсе алгебры (применение производной для исследования функции на монотонность, для доказательства тождеств и неравенств, для построения графиков функции).

После этого необходимо ознакомить учащихся со списком задач, решаемых при помощи производной в алгебре:

- исследование функций (поиск промежутков возрастания и убывания функции, поиск точек экстремума функции, поиск промежутков выпуклости и вогнутости функции, поиск точек изгиба функции, поиск максимума и минимума функции);

- сравнение чисел;

- разложение на множители и упрощение выражений;

- поиск углового коэффициента касательной;

- решение уравнений и систем уравнений;

- доказательство тождеств и неравенств.

Тема 4.

Тема занятия: Производная и ее применение в физике.

Цель: научиться применять производную при решении задач по физике.

Форма организации: интегрированный урок.

Методы: словесные (рассказ, беседа), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать задачи по физике при помощи производной.

Занятие так же как предыдущее необходимо начать с актуализации опорных знаний, так как это поможет учащимся лучше усвоить материал. Также можно повторить с учащимися физический смысл производной, так как многие физические задачи решаются с помощью него.

После этого необходимо ознакомить учащихся со списком задач, решаемых при помощи производной:

- задачи на нахождение скорости и ускорения;
- задачи на нахождение силы тока;
- задачи на нахождение частоты и амплитуды колебания.

Тема 5.

Тема занятия: Производная и ее применение в биологии и химии.

Цель: научиться применять производную при решении задач по биологии и химии.

Форма организации: интегрированный урок.

Методы: словесные (рассказ, беседа), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать задачи по биологии и химии при помощи производной.

Занятие так же как предыдущее необходимо начать с актуализации опорных знаний, так как это поможет учащимся лучше усвоить материал. Далее учителем объясняется применение производной в задачах по химии (используется для нахождения скорости химической реакции), а затем по биологии (используется для нахождения скорости размножения колонии микроорганизмов).

Тема 6.

Тема занятия: Производная и ее применение в географии.

Цель: научиться применять производную при решении задач по географии.

Форма организации: интегрированный урок.

Методы: словесные (рассказ, беседа), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать задачи по географии при помощи производной.

Занятие так же как предыдущее необходимо начать с актуализации опорных знаний, так как это поможет учащимся лучше усвоить материал. Далее можно рассмотреть виды задач по географии, решаемые при помощи производной, и отработать навык их решения.

Тема 7.

Тема занятия: Производная в прикладных задачах.

Цель: научиться решать прикладные задачи при помощи производной.

Форма организации: практикум по решению задач.

Методы: словесные (беседа), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать прикладные задачи при помощи производной.

Занятие так же как предыдущее необходимо начать с актуализации опорных знаний, так как это поможет учащимся лучше усвоить материал. Сначала необходимо вспомнить основные этапы решения задач прикладного характера, затем можно приступить к отработке навыка решения задач, встречаемых в жизни, при помощи производной.

Тема 8.

Тема занятия: Производная высших порядков.

Цель: формирование умения вычислять производные высших порядков.

Форма организации: лекция.

Методы: словесные (беседа, рассказ), наглядные (демонстрация презентации), практические (решение задач).

Средства: компьютер, проектор, интерактивная доска.

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной высшего порядка, физический и геометрический смысл производной второго порядка;

уметь: находить производные высших порядков.

Занятие так же как предыдущее необходимо начать с актуализации опорных знаний, так как это поможет учащимся лучше усвоить материал. Далее можно сформулировать определение производной высшего порядка, свойства производной высшего порядка, геометрический и физический

смысл производной второго порядка. После изучения теоретического материала необходимо отработать навык отыскания производной высших порядков.

Тема 9.

Тема занятия: Производная в ЕГЭ.

Цель: формирование умения решать задачи при помощи производной из ЕГЭ по математике.

Форма организации: практикум по решению задач.

Методы: словесные (беседа), практические (решение задач).

Средства: раздаточный материал (демонстрационный вариант ЕГЭ по математике, задачи).

По окончанию изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать задачи ЕГЭ при помощи производной.

На занятии необходимо ознакомить учащихся с контрольно-измерительными материалами ЕГЭ по математике, выявить задания, в которых встречается производная, это задание под номером 14 в базовом уровне и под номером 7 в профильном уровне. Рассмотреть задачи различных видов, такие как:

- на определение характеристик производной по графику функции;
- на определение характеристик функции по графику ее производной;
- на геометрический смысл производной;
- на физический смысл производной.

А затем уже совершенствовать умение применять ранее полученные знания при решении каждого типа задач.

Итоговое занятие.

Тема занятия: Итоговое тестирование.

Цель: проверить степень усвоения знаний учащихся по теме «Производная».

Форма организации: практикум по решению задач.

Методы: практические (решение задач).

Средства: компьютеры, тестовая оболочка «MyTestX».

По окончании изучения темы учащиеся должны:

знать: определение производной, физический и геометрический смысл производной, правила нахождения производной, таблицу производных;

уметь: находить производные, решать различные задачи при помощи производной.

После изучения всех тем элективного курса проводится тестирование с помощью тестовой оболочки «MyTestX». Задания могут содержать как теоретический материал, так и практический. Так как в ЕГЭ представлены задания только с кратким ответом (записи числа или слова), то можно сказать, что данное тестирование поможет формированию у учащихся способности, правильно записывать ответ. Закончив выполнение теста, ученик получит информацию о количестве правильно и неправильно выполненных заданий, что позволит учащемуся реально оценить свои возможности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа была направлена на рассмотрение методики реализации внутрипредметных и межпредметных связей при обучении математике в 10-11 классах и разработку элективного курса, как практического подтверждения целесообразности использования внутрипредметных и межпредметных связей.

В ходе исследования получены следующие основные результаты:

1. Раскрыта сущность внутрипредметных и межпредметных связей. А именно: рассмотрены различные подходы к понятиям «внутрипредметные связи» и «межпредметные связи», классификация внутрипредметных и межпредметных связей, функции внутрипредметных и межпредметных связей.

2. Изучены формы организации внутрипредметных и межпредметных связей в процессе обучения, такие как интегрированный урок, интегрированный элективный курс, межпредметный факультатив, межпредметная конференция (семинар), ЕГЭ.

3. Разработан элективный курс по теме «Производная и ее применение», реализующий взаимосвязь со школьными предметами, а также методические рекомендации по его проведению.

4. Разработан электронный учебник по теме «Производная и ее применение» для проведения занятий элективного курса, а также для самостоятельного изучения материала учащимися.

Проведенное нами исследование позволяет сделать следующие выводы:

– межпредметные связи способствуют формированию у учащихся целостного представления о явлениях природы, использованию знаний при изучении различных школьных предметов тем самым демонстрируя комплексный подход к обучению.

– реализация межпредметных связей в процессе обучения предполагает совместное сотрудничество учителей-предметников при планировании и разработке уроков;

– реализация внутрипредметных связей в процессе обучения заключается в выборе материала, представляющего эти связи, а также организационных форм, методов и средств обучения, направленных на наиболее успешное усвоение материала.

По результатам исследования была опубликована статья «Элективный курс «Производная и ее применение» как метод реализации внутрипредметных и межпредметных связей» в НИЦ «Аэтерна».

Элективный курс прошел апробацию в МБОУ СШ №3 г. Енисейска.

Таким образом, цель выпускной квалификационной работы достигнута, поставленные задачи решены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Абдуллаева, Г. Д. Межпредметные связи в современной школе / Г. Д. Абдуллаева, И. И. Атажанов // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2016. – №3. – С. 66-68.
2. Аксёнов А. А. Теоретические основы реализации внутрипредметных связей посредством решения задач в классах с углублённым изучением математики: дис. канд. пед. наук / А. А. Аксёнов. – Орёл, 2000. – 160 с.
3. Алимов, Ш. А. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др. – 18-е изд. – Москва : Просвещение. – 2012. – 464 с.: ил.
4. Арзяева, Н. А. Межпредметные связи в процессе обучения математики / Н. А. Арзяева, К. Н. Горячева // Новые информационные технологии в науке. – 2016. – С. 61-63.
5. Бесчетвертева, Е. П. Интегрированные уроки как средство реализации межпредметных связей / Е. П. Бесчетвертева // Поволжский педагогический поиск. – 2015. – №2. – С. 40-42.
6. Блинова, Т. Л. Реализация межпредметных связей в процессе обучения математике в 10–11 классах физико–математического профиля / Т. Л. Блинова, Е. В. Безматерных // Математика в школе. – 2016. – №7. – С. 28-35.
7. Гайдукова, Н. Н. Формирование межпредметных связей на курсах по подготовке к ЕГЭ по математике / Н. Н. Гайдукова // Наука XXI века: новый подход. – 2015. – С. 72-76.
8. Далингер, В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике : Кн. для учителя / В. А. Далингер. – Москва : Просвещение, 1991. – 80 с.: ил.

9. Дубовая, Л. В. Информационная модель внутрипредметных связей: дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Л. В. Дубовая. – Владивосток, 2004. – 153 с.
10. Ерохина, А. С. Интегрированный урок: типы и структура урока / А. С. Ерохина // Наука и образование: проблемы и перспективы. – 2016 . – С. 39-40.
11. Зверев, И. Д. Взаимная связь учебных предметов / И. Д. Зверев. – Москва : Знание, 1977. – 213 с.
12. Зверев, И. Д. Межпредметные связи в современной школе / И. Д. Зверев, В. Н. Максимова. – Москва : Педагогика, 1981. – 160 с.
13. Колмогоров, А. Н. Алгебра и начала математического анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др.; под ред. А. Н. Колмогорова. – 17-е изд. – Москва : Просвещение. – 2008. – 384 с.: ил.
14. Коменский, Я. А. Великая дидактика. Избранные педагогические сочинения: в 2-х т. Т.1 / Я. А. Коменский. – Москва : Педагогика, 1982. – 476 с.
15. Коршунова, Н. И. К вопросу о реализации внутрипредметных связей в школьном курсе математики / Н. И. Коршунова // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика. – 2014. – С. 137-141.
16. Костюченко, Р. Ю. Обучение учащихся предельной аналогии при реализации внутрипредметных связей школьного курса геометрии : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Р. Ю. Костюченко. – Омск, 2000. – 202 с.
17. Краснова, Г. Г. Внутрипредметные связи как основа успешного использования свойств элементарных функций при решении уравнений и неравенств / Г. Г. Краснова // Теория и практика общественного развития. – 2014. – №5. – С. 72-74.

18. Криволапова, Е. В. Интегрированный урок как одна из форм нестандартного урока / Е. В. Криволапова // Инновационные педагогические технологии. – 2015. – С. 113-115.

19. Кулагин, П. Г. Межпредметные связи в процессе обучения / П. Г. Кулагин. – Москва : Просвещение, 1981. – 94 с.

20. Лошкарёва, Н. А. Межпредметные связи как средство совершенствования учебно-воспитательного процесса / Н. А. Лошкарёва. – Москва : МГПИ, 1981. – 54 с.

21. Максимова, В. Н. Межпредметные связи в процессе обучения / В. Н. Максимова. – Москва : Просвещение, 1989. – 192 с.

22. Максимова, В. Н. Сущность и функции межпредметных связей в целостном процессе обучения : дис. д-ра пед. наук / В. Н. Максимова. – Москва, 1981. – 446 с.

23. Мартынова, М. В. Интегрированное обучение. Педагогические технологии. Типы и формы интегрированных уроков / М. В. Мартынова. – Томск, 2003. – 153 с.

24. Молдоисаева, И. К. Алгоритмизация межпредметных и внутрипредметных связей математики как одно из направлений повышения качества образования / И. К. Молдоисаева // Известия вузов Кыргызстана. – 2016. – №5. – С. 42-45.

25. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. В 2 ч. Ч 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – 14-е изд., стер. – Москва : Мнемозина. – 2013. – 400 с.: ил.

26. Мухамедов, Т. Т. Межпредметные связи физики и математики / Т. Т. Мухамедов, Л. Р. Мухамедова // Научный журнал. – 2016. – №5. – С. 56-57.

27. Ногаева, И. С. Интегрированные уроки как одно из средств повышения активности обучающихся на уроках в старших классах /

И. С. Ногаева, К. О. Еналдиева // Современные технологии в образовании. – 2014. – №2. – С. 54-59.

28. Образцов, П. И. Психолого–педагогические аспекты разработки и применения в вузе информационных технологий обучения / П. И. Образцов. – Орловский государственный технический университет. – Орел, 2000. – 145 с.

29. Педагогический словарь: в 3 т. Москва : Изд. АПН РСФСР. – 1961. – Т. 1. – 368 с.

30. Песталоцци, И. Г. Избранные педагогические сочинения / И. Г. Песталоцци. – Москва : Педагогика, 1981. – 750 с.

31. Подласый, И. П. Педагогика начальной школы : учеб. для студентов высш. учеб. заведений / И. П. Подласый. – Москва : ВЛАДОС, 2008. – 464 с.

32. Скаткин, М. Н. Межпредметные связи, их роль и место в процессе обучения / М. Н. Скаткин, Г. И. Батурина // Межпредметные связи в процессе преподавания основ наук в средней школе: Тезисы Всесоюзной конференции, ч. I. – Москва : Изд-во НИИ ОП АПН СССР, 1973 – С. 18-23.

33. Смирнова, М. А. Теоретические основы межпредметных связей / М. А. Смирнова. – Москва, 2006. – 204 с.

34. Смирнова, О. Г. Интегрированный урок в школе / О. Г. Смирнова // Образование в Кировской области. – 2012. – №4. – С. 62-65.

35. Терехова, Л. А. Психолого–педагогический аспект проблемы реализации внутрипредметных связей в современном образовании / Л. А. Терехова // Профессионально–личностное развитие преподавателя и студента: традиции, проблемы, перспективы. – 2015. – С. 124-128.

36. Третьяков, П. И. Формирование у учащихся понятия о естественнонаучной картине мира при условии межпредметных связей / Межпредметные связи естественно-математических дисциплин : пособие для

учителей. Сб. статей/ П. И. Третьяков; под ред. В. Н. Федоровой. – Москва : Просвещение, 1980. – 208 с., ил.

37. Тюнин, А. И. Межпредметные связи экономики и математики / А. И. Тюнин // Актуальные проблемы образования: позиция молодых. – 2016. – С. 209-211.

38. Ускова, О. Ф. О межпредметных связях математики и информатики в заданиях ЕГЭ по информатике / О. Ф. Ускова, Н. А. Каплиева, Ю. Д. Щеглова, Н. Б. Ускова // Современные методы теории функций и смежные проблемы. – 2015. – 142 с.

39. Усова, А. В. Межпредметные связи в преподавании основ наук в школе / А. В. Усова. – Челябинск, 1995. – 16 с.

40. Усова, А.В. Межпредметные связи как необходимое дидактическое условие повышения научного уровня преподавания основ наук в школе. Выпуск 1. – Челябинск, 1973. – С. 23-28.

41. Ушаков, Д. Н. Толковый словарь современного русского языка / Д. Н. Ушаков. – Москва : Изд. «Аделант». – 2013. – 800 с.

42. Федорец, Г. Ф. Межпредметные связи в процессе обучения : учеб. пособие / Г. Ф. Федорец. – Москва: ЛГПИ, 1983. – 87 с.

43. Федорова, В. Л. Общие вопросы проблемы межпредметных связей естественно–математических дисциплин / Межпредметные связи естественно–математических дисциплин. Пособие для учителей. Сб. статей / В. Л. Федорова; под ред. В. Н. Федоровой. – Москва : Просвещение, 1980. – 208 с., ил.

44. Фёдорова, В. Н. Межпредметные связи / В. Н. Фёдорова, Д. М. Кирюшкин. – Москва : Педагогика, 1972. – 446 с.

45. Чебодаева, К. С. Особенность проведения интегрированного урока по математике и информатике / К. С. Чебодаева, Г. П. Чебодаева // Перспективы развития науки и образования. – 2015. – С. 147-151.

46. Чеботарева, Н. А. Межпредметные связи географии и математики / Н. А. Чеботарева // География и геоэкология на службе науки и инновационного образования. – 2016. – С. 203-205.

47. Черкас-Заде, Н. М. Межпредметные связи как условие совершенствования учебного процесса :автореф. дис. канд. пед. наук / Н. М. Черкас-Заде. – Москва,1968. – 23 с.

48. Шарипов, В. А. К истории вопроса о межпредметных связях / В. А. Шарипов // Ученые записки худжанского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия гуманитарно–общественных наук. – 2012. – №4. – С. 51-58.

49. Шевелева, Т. В. Актуальность математических методов в межпредметных связях / Т. В. Шевелева // Актуальные проблемы гуманитарных и социально–экономических наук. – 2015. – №9. – С. 79-83.

50. Щедрина, Н. Г. Пути реализации межпредметных связей в различных по формам учебных занятиях / Н. Г. Щедрина // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – 2007. – №45. – С. 455-457.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Система задач упражнений к элективному курсу

Тема 2. Понятие производной. Правила дифференцирования.

Задание №1. Соотнесите функцию с ее производной.

1. $y = a^x$	a. $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
2. $y = \ln x$	b. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3. $y = \log_a x$	c. $y' = -\sin x$
4. $y = \sqrt{x}$	d. $y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
5. $y = \sin x$	e. $y' = a^x \cdot \ln a$
6. $y = \cos x$	f. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
7. $y = \operatorname{tg} x$	g. $y' = \frac{1}{x}$
8. $y = \operatorname{ctg} x$	h. $y' = \cos x$

Ответ: 1-e, 2-g, 3-d, 4-b, 5-h, 6-c, 7-a, 8-f.

Задание №2. Вставьте в предложения пропущенные слова:

1. Если производная в точке меняет знак с «+» на «-», то эта точка называется _____ функции.

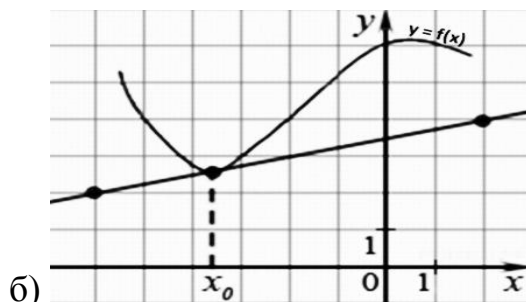
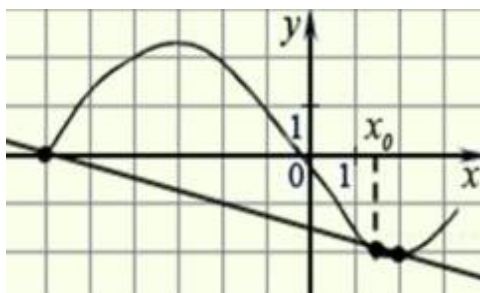
2. Если производная в точке меняет знак с «-» на «+», то эта точка называется _____ функции.

3. Если производная функции положительна на заданном интервале, то функция _____.

4. Если производная функции отрицательна на заданном интервале, то функция _____.

Ответ: 1-максимум, 2-минимум, 3-возрастает, 4-убывает.

Задание №3. По графику функции $y = f(x)$ найдите производную в точке x_0 :



а)

б)

Ответ: а) -0,25; б) 0,25.

Задание №4. Решите кроссворд:

								1	п	р	е	д	е	л						
								2	к	р	и	т	и	ч	е	с	к	а	я	
				3	у	с	к	о	р	е	н	и	е							
4	д	и	ф	ф	е	р	е	н	ц	и	р	о	в	а	н	и	е			
						5	ф	и	з	и	ч	е	с	к	и	й				
									б	в	о	г	н	у	т	о	с	т	ь	
				7	н	ь	ю	т	о	н										
					8	о	р	у	д	и	е									
				9	л	е	й	б	н	и	ц									
									10	к	а	с	а	т	е	л	ь	н	а	я
									11	в	р	е	м	я						

1. Если он существует, то говорят, то функция дифференцируема.
2. Как называется точка, в которой производная равна 0 или не существует?
3. Величина, определяемая как производная скорости по времени.
4. Как называется операция отыскания производной?
5. ... смысл производной выражает скорость изменения процесса в момент времени t .
6. Положительная вторая производная характеризует ... функции.
7. Ученый, пришедший к понятию производной, исходя из вопросов механики.
8. При помощи какого предмета итальянский математик Тарталья изучал угол наклона касательной?
9. Немецкий математик, один из основателей дифференциального исчисления.

10. «Прямая наиболее тесно примыкающая к кривой в малой окрестности заданной точки». О чем писал Ферма?

11. Производная координаты по ..., есть скорость.

Тема 3. Производная и ее применение в алгебре.

Задача №1. Докажите тождество $\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x$.

Решение:

Рассмотрим функцию $f(x) = \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$. Вычислим

производную функции: $f'(x) = (\arcsin x)' + (\arccos x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = 0$.

Подставим найденное значение в исходную функцию:

$f(0) = \arcsin 0 + \arccos 0 = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$. Тождество доказано.

Задача №2. К графику функции $y = \sqrt{2 - \sin x}$ проведена касательная в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{2}$. Найдите угловой коэффициент касательной.

Решение:

Для нахождения углового коэффициента касательной воспользуемся геометрическим смыслом производной: «Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной проведенной к графику функции в этой точке». Тогда

$$f'(x) = (\sqrt{2 - \sin x})' = (2 - \sin x)' \cdot \frac{1}{2\sqrt{2 - \sin x}} = \frac{\cos x}{2\sqrt{2 - \sin x}},$$

$$k = f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\cos \frac{\pi}{2}}{2\sqrt{2 - \sin \frac{\pi}{2}}} = \frac{0}{2\sqrt{2-1}} = 0.$$

Ответ: 0.

Задача №3. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = \sqrt{1-x} + 2x$.

Решение:

Вычислим производную: $y' = (\sqrt{1-x})' + (2x)' = (1-x)' \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x}} + 2 = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} + 2$.

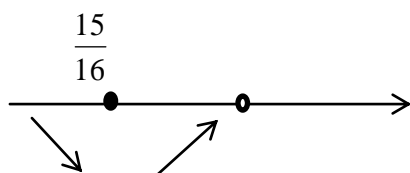
Найдем ОДЗ заданной функции: $1-x=0, x=1$. Найдем критические точки,

приравняв производную к нулю: $-\frac{1}{2\sqrt{1-x}} + 2 = -1 + 2(2\sqrt{1-x}) = -1 + 4\sqrt{1-x} = 0$,

$4\sqrt{1-x} = 1, \sqrt{1-x} = \frac{1}{4}, (\sqrt{1-x})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2, 1-x = \frac{1}{16}, -x = \frac{1}{16} - 1 = \frac{1}{16} - \frac{16}{16} = -\frac{15}{16}, x = \frac{15}{16}$.

Отметим на координатной прямой полученное значение и ОДЗ, установим знак производной на промежутках. Таким образом, можно сделать вывод, что

функция возрастает при $x \in \left[\frac{15}{16}; 1\right)$ и убывает при $\left(-\infty; \frac{15}{16}\right]$.



Ответ: функция возрастает при $x \in \left[\frac{15}{16}; 1\right)$ и убывает при $\left(-\infty; \frac{15}{16}\right]$.

Задача №4. Найдите значения параметра a , при которых функция $y = x^3 - 3ax^2 + 75x - 10$ имеет одну стационарную точку.

Решение:

Вычислим производную заданной функции:

$y' = (x^3 - 3ax^2 + 75x - 10)' = 3x^2 - 6ax + 75 = x^2 - 2ax + 25 = 0. D = (2a)^2 - 4 \cdot 25 = 4a^2 - 100$.

Функция имеет одну стационарную точку, если дискриминант равен 0, т. е.

$4a^2 - 100 = 0, 4a^2 = 100, a^2 = 25, a = \pm 5$.

Ответ: $a = \pm 5$.

Задача №5. Найдите точки экстремума функции $y = \sqrt{x} + 2\sqrt{7-x}$.

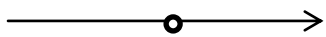
Решение:

Вычислим производную заданной функции:

$y' = (\sqrt{x})' + (2\sqrt{7-x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{7-x}} \cdot (7-x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{7-x}}$. Найдем стационарные

и критические точки: $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{7-x}} = 0, \sqrt{7-x} - 2\sqrt{x} = 0, \sqrt{7-x} = 2\sqrt{x}$,

$(\sqrt{7-x})^2 = (2\sqrt{x})^2$, $7-x = 4x$, $-5x = -7$, $x = 1,4$. Отметим полученную точку на координатной прямой и определим знаки производной на полученных промежутках. Таким образом, можно сделать вывод, что точка $x = 1,4$ - максимум функции.



Ответ: $x_{\max} = 1,4$.

Задача №6. Решите уравнение $4 \cos 3x + 5 \sin \frac{x}{2} + 15 = 4 - x^3$.

Решение:

Рассмотрим первую функцию $y = 4 - x^3$. $y' = (4 - x^3)' = -3x^2 \leq 0$ - функция убывает. Рассмотрим вторую функцию $y = 4 \cos 3x + 5 \sin \frac{x}{2} + 15$.

$y' = \left(4 \cos 3x + 5 \sin \frac{x}{2} + 15 \right)' = -12 \sin 3x + 2,5 \cos \frac{x}{2} + 15 > 0$ - функция возрастает. Таким

образом, можно сделать вывод, что уравнение имеет один корень при $x = 0$.

Ответ: 0.

Тема 4. Производная и ее применение в физике.

Задача №1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 + 7t$. Найдите скорость, и ускорение материальной точки в момент времени $t = 2$.

Решение:

Для нахождения скорости необходимо вычислить первую производную пути по времени: $V(t) = S'(t) = (t^3 + 7t)' = 3t^2 + 7$. Найдем $V(2) = 3 \cdot 2^2 + 7 = 19$.

Для нахождения ускорения необходимо вычислить вторую производную пути по времени: $a = S''(t) = (3t^2 + 7)' = 6t$. Найдем $a(2) = 6 \cdot 2 = 12$.

Ответ: $V = 19$, $a = 12$.

Задача №2. Основание параллелограмма изменяется по формуле $a = 3 - 7t$, высота по формуле $b = 3 - 8t$. Найдите скорость изменения площади параллелограмма в момент времени $t = 10$ с.

Решение:

Найдем площадь параллелограмма, который вычисляется по формуле $S(t) = a \cdot b$, $S(t) = (3 - 7t)(3 - 8t) = 9 - 24t - 21t + 56t^2 = 56t^2 - 45t + 9$. Подставим в полученное выражение $t = 10$: $56 \cdot 10^2 - 45 \cdot 10 + 9 =$

Задача №3. Маховик поворачивается за t_c на угол $\alpha(t) = 27t - 0,8t^2$ рад. Найдите угловую скорость вращения маховика в момент $t = 10$ с, и в какой момент времени маховик остановится.

Решение:

Сначала найдем угловую скорость вращения маховика, для этого вычислим производную $\alpha'(t)$ и подставим в нее $t = 10$: $\omega(t) = \alpha'(t) = (27t - 0,8t^2)' = 27 - 1,6t$, $\omega(10) = 27 - 1,6 \cdot 10 = 27 - 16 = 11$ рад/с. Далее необходимо найти время когда маховик остановится, для этого должно выполняться условие $\omega(t) = 0$, т. е. $27 - 1,6t = 0$, $t = \frac{27}{1,6} = 16 \frac{7}{8} = 16,875$ с.

Ответ: угловая скорость равна 11 рад/с, маховик остановится при $t = 16,875$ с.

Задача №4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 + 5t^2 - 11$. Найдите силу, действующую на нее в момент времени $t = 3$ с, если ее масса равна 2 кг.

Решение:

Уравнение силы имеет вид: $F = m \cdot a$, где m - масса, a - ускорение. Для того чтобы найти ускорение необходимо вычислить вторую производную: $a(t) = S''(t) = (3t^2 + 10t)' = 6t + 10$. Подставим в данное выражение $t = 3$: $a(3) = 6 \cdot 3 + 10 = 28$. Подставим найденные значения в уравнение силы: $F = 2 \cdot 28 = 56$.

Ответ: 56.

Задача №5. Изменение силы тока задано уравнением: $I = 5t^2 + 6$. Найдите скорость изменения силы тока в момент времени $t = 7$.

Решение:

Найдем производную: $I' = (5t^2 + 6)' = 10t$. Подставим $t = 7$ в полученное выражение: $V = I'(7) = 10 \cdot 7 = 70$.

Ответ: 70.

Задача №6. Тело массой $m = 5$ кг движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 + 1$. Найдите кинетическую энергию тела через 2с после начала движения.

Решение:

Запишем уравнение кинетической энергии: $E(t) = \frac{mV^2}{2}$ (1). Для нахождения скорости необходимо вычислить первую производную пути по времени: $V(t) = S'(t) = (t^3 + 1)' = 3t^2$. Подставим полученное выражение в (1):

$$E(t) = \frac{5 \cdot 3t^2}{2} = \frac{15t^2}{2}. \text{ Подставим } t = 2 \text{ в данное выражение: } E(2) = \frac{15 \cdot 2^2}{2} = 30 \text{ Дж.}$$

Ответ: $E = 30$.

Тема 5. Производная и ее применение в биологии и химии.

Задача №1. Популяция бактерий задается формулой $x(t) = \ln(t + 1) + \frac{t^3}{2t}$.

Найдите скорость роста популяции в момент времени $t = 3$ с.

Решение:

Для того чтобы найти скорость роста популяции нужно вычислить производную от заданной функции: $P = x'(t) = \left(\ln(t + 1) + \frac{t^3}{2t} \right)' = \frac{1}{t + 1} + \frac{3t^2}{2}$,

подставим значение $t = 3$ с в полученное выражение:

$$P(3) = \frac{1}{3 + 1} + \frac{3 \cdot 3^2}{2} = \frac{1}{4} + \frac{27}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 27}{4} = \frac{55}{4} = 13,75.$$

Ответ: 13,75.

Задача №2. Популяция бактерий задается формулой $x(t) = t^3 + 5t + 10$.

Найдите время, за которое скорость роста популяции достигает 152.

Решение:

Вычислим производную функции: $P = x'(t) = (t^3 + 5t + 10)' = 3t^2 + 5$. Так как в условии задачи известно, что скорость роста популяции равна 152, то

получим равенство: $3t^2 + 5 = 152$; $3t^2 = 147$; $t^2 = 49$; $t = \pm 7$, т.к. время не может быть отрицательным, то $t = 7$ с.

Ответ: 7.

Задача №3. Количество вещества вступившего в химическую реакцию задается формулой $p(t) = 3 + 8t^4 - 29t^3$. Найдите скорость химической реакции через 4с.

Решение:

Для нахождения скорости химической реакции нужно вычислить производную от заданной функции: $V(t) = p'(t) = (3 + 8t^4 - 29t^3)' = 32t^3 - 87t^2$ и подставить в полученное выражение $t = 4$ с:
 $V(4) = 32 \cdot 4^3 - 87 \cdot 4^2 = 2048 - 1392 = 656$.

Ответ: 656.

Задача №4. Найдите время, за которое скорость химической реакции достигает 151, если количество вещества вступившего в реакцию задается формулой $p(t) = t^2 - t + 3t^3$.

Решение:

Вычислим производную функции: $V(t) = p'(t) = (t^2 - t + 3t^3)' = 2t - 1 + 9t^2$. Так как в условии задачи известно, что скорость химической реакции достигает 151, то получим равенство: $2t - 1 + 9t^2 = 151$; $9t^2 + 2t - 152 = 0$; $D = 5476$; $t_1 = 8$; $t_2 = -8, (4)$. Но т.к. время не может быть отрицательным, то $t = 8$ с.

Ответ: 8.

Тема 6. Производная и ее применение в географии.

Задача №1. Напишите общую формулу для вычисления численности населения в некотором городе в момент времени t .

Решение:

Пусть численность населения определяется зависимостью $y = y(t)$, $\Delta t = t - t_0$ - прирост населения. Тогда численность населения выражается формулой: $\Delta y = k \cdot y \cdot \Delta t$, где $k = k_p - k_c$ (k_p - коэффициент рождаемости, k_c - коэффициент смертности).

Задача №2. Напишите формулу прироста населения $y = y(t)$ в некотором городе, если начальное население города составляет $y_0 = 50000$ человек, а через год население возросло на 6%.

Решение:

Пусть скорость прироста населения пропорциональна количеству населения. Производная функции $y(t)$ по времени t называется скоростью роста численности населения, т. е. $\frac{dy}{dt}$. Используя условие задачи, составим

дифференциальное уравнение: $\frac{dy}{dt} = ky$, где k - это коэффициент

пропорциональности. После разделения переменных и интегрирования

получим: $\frac{dy}{dt} = ky \Rightarrow \ln y = kt + \ln C \Rightarrow y(t) = Ce^{kt}$. Подставив известные данные,

получим постоянную интегрирования: $y_0 = Ce^{k \cdot 0} \Rightarrow C = y_0 = 50000$. Таким

образом, формула $y(t) = y_0 e^{kt}$ (1) отражает зависимость прироста населения от

времени. По условию задачи известно, что через год ($t=1$) численность населения возросло на 6%, тогда: $y_0 + 0,06 y_0 = 1,06 y_0 = 50000 \cdot 1,06 = 53000$.

Подставив полученное значение в формулу (1), получим:

$53000 = 50000 e^{k \cdot 1} \Rightarrow e^k = \frac{53000}{50000} = 1,06$. Подставив значение $e^k = 1,06$ в (1) получим

функцию, отражающую прирост населения в городе: $y(t) = 50000 \cdot (1,06)^t$.

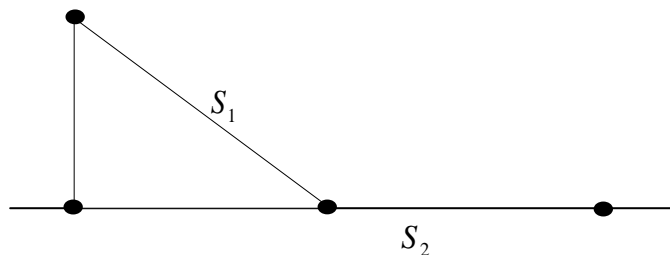
Ответ: $y(t) = 50000 \cdot (1,06)^t$.

Тема 7. Производная в прикладных задачах.

Задача №1. Лыжная база расположена в 9 км от ближайшей точки дороги. Мише необходимо добраться от базы до города, расположенного от упомянутой точки в 15 км. Скорость Миши по заснеженной тропе 8 км/ч, а по дороге 10 км/ч. К какой точке дороги ему надо идти, чтобы в кратчайшее время добраться до города, если считать, что дорога до города прямая?

Решение:

Выполним схематический рисунок условия задачи:



Введем условные обозначения: В – лыжная база, С – город, l – дорога, V_1 – скорость по заснеженной тропе, V_2 – скорость по дороге.

Обозначим постоянные и переменные величины: постоянные – ВА, АС, V_1 , V_2 ; переменные – AD, DC, BD.

Пусть $x = AD$, где $0 \leq x \leq 15$. По теореме Пифагора можем найти BD. $S_1 = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{81 + x^2}$. Тогда $S_2 = DC = 15 - x$. Вспомним из курса физики формулу нахождения расстояния: $S = V \cdot t$ и выразим время: $t = \frac{S}{V}$.

Значит, Миша проходит по полю путь S_1 за $t_1 = \frac{\sqrt{81 + x^2}}{8}$, а по дороге путь S_2 за

$t_2 = \frac{15 - x}{10}$. Тогда время, затраченное на путь S_1 и S_2 равно

$$t(x) = \frac{\sqrt{81 + x^2}}{8} + \frac{15 - x}{10}.$$

Так как в задаче надо найти точку дороги, чтобы в кратчайшее время добраться до города, то задача сводится к нахождению наименьшего значения функции на отрезке $[0, 15]$.

Найдем производную функции:

$$t'(x) = \frac{(\sqrt{81 + x^2}) \cdot 8 - 8 \cdot (\sqrt{81 + x^2})}{8^2} \cdot (81 + x^2) + \frac{(15 - x) \cdot 10 - 10 \cdot (15 - x)}{10^2} = \frac{8 \cdot 2x}{64 \cdot 2\sqrt{81 + x^2}} + \frac{-10}{100} =$$

$$= \frac{x}{8\sqrt{81 + x^2}} - \frac{1}{10}$$

Найдем критические точки, т. е. где $t'(x) = 0$: $\frac{x}{8\sqrt{81 + x^2}} - \frac{1}{10} = 0$.

$$5x - 4\sqrt{81 + x^2} = 0$$

$$5x = 4\sqrt{81 + x^2}$$

$$25x^2 = 16(81 + x^2)$$

$$9x^2 = 1296$$

$$x^2 = 144$$

$$x_1 = 12$$

$x_2 = -12$ - не удовлетворяет условию задачи, т. к. $x_2 \notin [0,15]$

Найдем значение функции в точках $x = 0$, $x = 12$ и $x = 15$.

$$t(0) = \frac{\sqrt{0^2 + 81}}{8} + \frac{15 - 0}{10} \approx 2,625$$

$$t(12) = \frac{\sqrt{12^2 + 81}}{8} + \frac{15 - 12}{10} \approx 2,175$$

$$t(15) = \frac{\sqrt{15^2 + 81}}{8} + \frac{15 - 15}{10} \approx 2,187$$

Функция достигает наименьшего значения в точке $x = 12$.

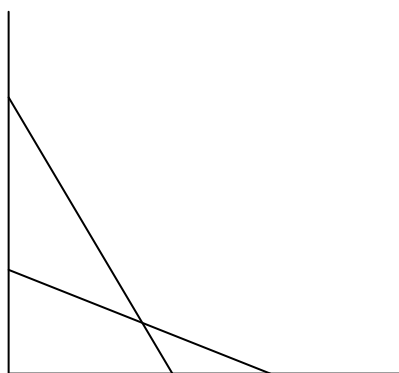
$$15 - 12 = 3 \text{ км.}$$

Ответ: Мише надо идти в точку, удаленную на 3 км от лыжной базы и на 12 км от дороги, чтобы в кратчайшее время добраться до города.

Задача №2. Лестница, длина которой 7 м поставлена к стене так, что ее верх находится на высоте 6 м. В какой-то момент времени лестница начинает падать и верх притягивается к земле с ускорением 3 м/с^2 . Найдите скорость удаления низа лестницы от стены, когда верх находится на высоте 4 м.

Решение:

Выполним схематический рисунок условия задачи:



Пусть $h(t)$ - высота верха лестницы в момент времени t и $h(0)=12$, $x(t)$ - расстояние от стены до низа лестницы. Тогда используя формулу для

нахождения высоты тела: $h(t) = h(0) - \frac{gt^2}{2}$ получим, $h(t) = 12 - \frac{gt^2}{2}$. По условию

задачи известно, что $g=4$ м/с², тогда формула примет вид: $h(t) = 12 - \frac{4t^2}{2}$;

$h(t) = 12 - 2t^2$. Чтобы найти время t , когда $h(t)=4$ составим уравнение:

$12 - 2t^2 = 4$; $-2t^2 = -8$; $t^2 = 4$; $t_1 = 2$, $t_2 = -2$, т. к. время не может быть

отрицательным, то $t = 2$ с. Найдем расстояние $x(t)$ по теореме Пифагора:

$25 = h^2(t) + x^2(t)$; $x(t) = \sqrt{25 - h^2(t)} = \sqrt{25 - (12 - 2t^2)^2} = \sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4}$. Найдем

скорость, с которой изменяется расстояние:

$$V(t) = x'(t) = (\sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4})' = \frac{96t - 16t^3}{2\sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4}} = \frac{48t - 8t^3}{\sqrt{-119 + 48t^2 - 4t^4}}.$$

$$V(2) = \frac{48 \cdot 2 - 8 \cdot 2^3}{\sqrt{-119 + 48 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2^4}} = \frac{96 - 64}{\sqrt{-119 + 192 - 64}} = \frac{32}{\sqrt{9}} = \frac{32}{3} \approx 10,7 \text{ м/с}$$

Ответ: скорость удаления низа лестницы от стены равна 10,7 м/с.

Тема 8. Производная высших порядков.

Задача №1. Найдите n -ую производную функции $y = \sqrt{x-2}$.

Решение:

$$y' = (\sqrt{x-2})' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}; \quad y'' = \frac{1}{2} \left((x-2)^{-\frac{1}{2}} \right)' = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot (x-2)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2^3 \cdot \sqrt{(x-2)^3}};$$

$$y''' = -\frac{1}{2^2} \left((x-2)^{-\frac{3}{2}} \right)' = -\frac{1}{2^2} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) \cdot (x-2)^{-\frac{5}{2}} = \frac{1 \cdot 3}{2^3 \cdot \sqrt{(x-2)^5}};$$

$$y^{(IV)} = \frac{1 \cdot 3}{2^3} \left((x-2)^{-\frac{5}{2}} \right)' = \frac{1 \cdot 3}{2^3} \cdot \left(-\frac{5}{2} \right) \cdot (x-2)^{-\frac{7}{2}} = -\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^4 \cdot \sqrt{(x-2)^7}}.$$

Запишем производную n -го порядка: $y^{(n)} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-3)}{2^n \cdot \sqrt{(x-2)^{2n-1}}}$.

Задача №2. Найдите четвертую производную функции $y = \ln(x+1)$.

Решение:

$$y' = (\ln(x+1))' = \frac{(x+1)'}{x+1} = \frac{1}{x+1} = (x+1)^{-1}; \quad y'' = \left((x+1)^{-1} \right)' = -1 \cdot (x+1)^{-2}$$

$$y''' = \left(-1(x+1)^{-2} \right)' = 1 \cdot 2(x+1)^{-3}; \quad y^{(IV)} = \left(1 \cdot 2(x+1)^{-3} \right)' = -1 \cdot 2 \cdot 3(x+1)^{-4}.$$

Задача №3. Найдите третью производную функции $y = 5^x$.

Решение: $y' = (5^x) = 5^x \cdot \ln 5$; $y'' = (5^x \cdot \ln 5) = \ln 5 \cdot (5^x) = \ln 5 \cdot 5^x \cdot \ln 5 = 5^x \cdot \ln^2 5$;
 $y''' = (5^x \cdot \ln^2 5) = \ln^2 5 \cdot (5^x) = \ln^2 5 \cdot 5^x \cdot \ln 5 = 5^x \cdot \ln^3 5$.

Задача №4. Исследуйте на выпуклость функцию $y = x^4$.

Решение:

Найдем вторую производную: $y'' = ((x^4))' = (4x^3)' = 12x^2$. Так как $12x^2 \geq 0$, то график функции $y = x^4$ во всех точках выпукл вниз.

Задача №5. Найдите точки перегиба графика функции $y = x^4 - 6x^2 + 4$.

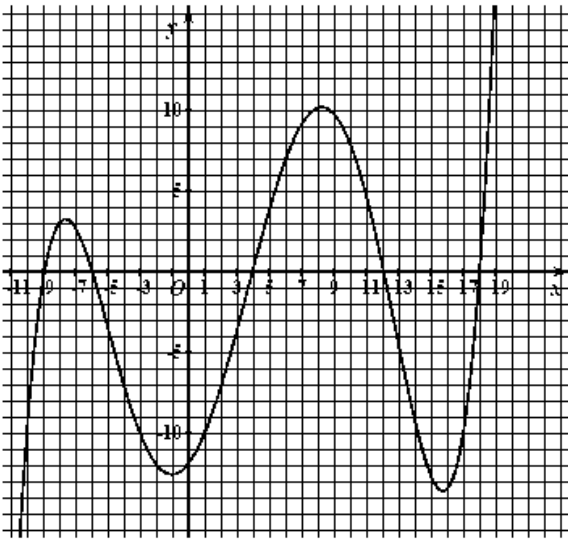
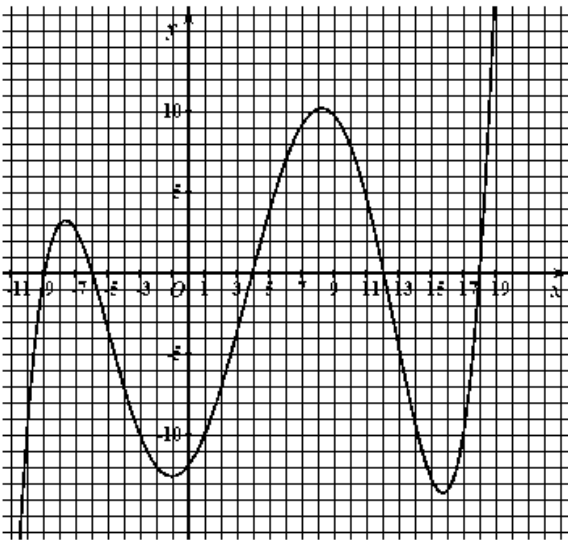
Решение:

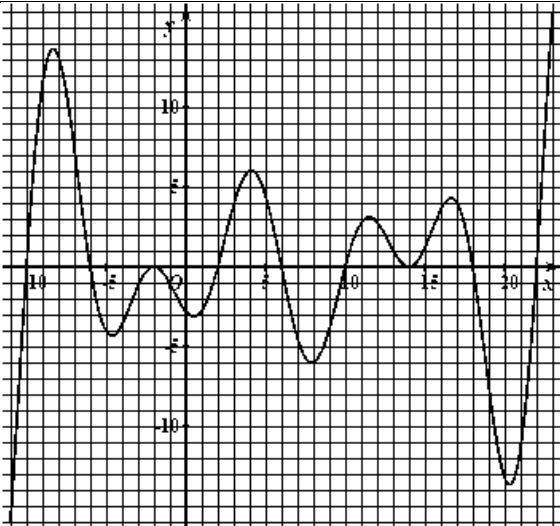
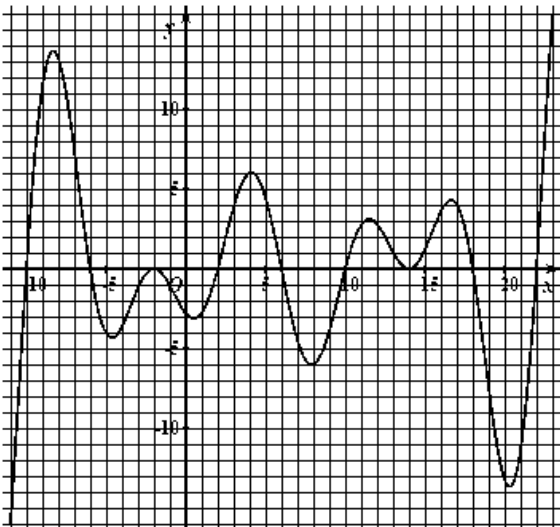
Найдем вторую производную: $y'' = ((x^4 - 6x^2 + 4))' = (4x^3 - 12x)' = 12x^2 - 12$.

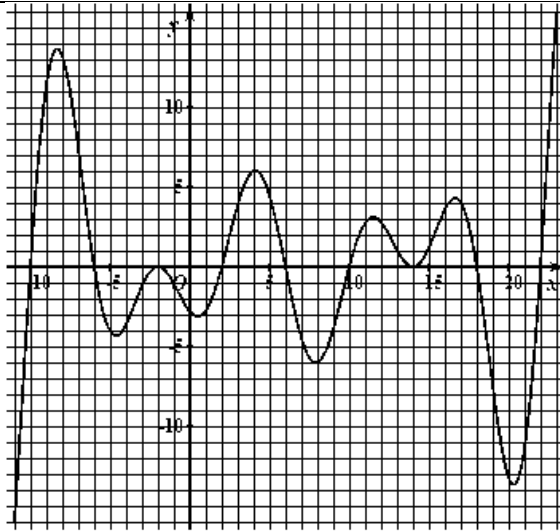
Найдем корни уравнения: $12x^2 - 12 = 0$; $12(x^2 - 1) = 0$; $(x - 1)(x + 1) = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = -1$. Вычислим значение функции в этих точках: $f(1) = 1^4 - 6 \cdot 1^2 + 4 = -1$, $f(-1) = (-1)^4 - 6 \cdot (-1)^2 + 4 = -1$. Значит точками перегиба, являются точки с координатами $A(-1; -1)$ и $B(1; -1)$.

Тема 9. Производная в ЕГЭ.

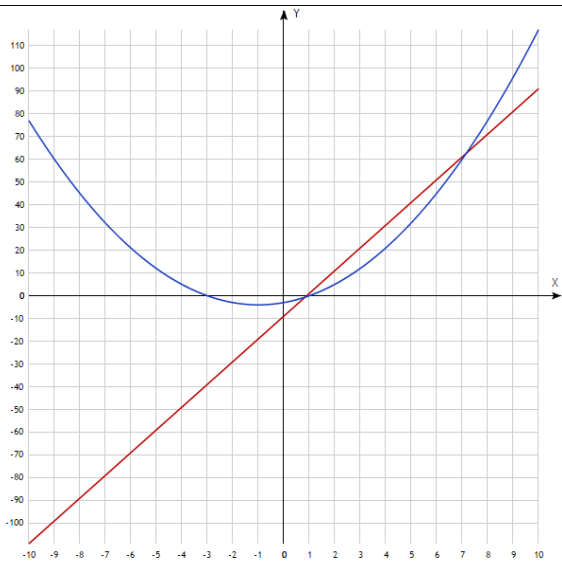
№	Задание	Решение
Задачи на определение характеристик производной по графику функции		
1	<p>Дан график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10, 5; 19)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.</p>	<p>Согласно теореме 1 (о возрастании функции): «Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) \geq 0$, то функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке X».</p> <p>Тогда, проанализировав график, можем определить эти промежутки: $(-10, 5; -7, 6)$, $(-1; 8, 2)$, $(15, 7; 19)$. Выделим целые точки, принадлежащие этим интервалам: $-10, -9, -8, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 16, 17, 18$. Всего их 15.</p> <p>Ответ: 15.</p>

2	<p>Дан график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10,5;19)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.</p> 	<p>Согласно теореме 2 (об убывании функции): «Если во всех точках открытого промежутка X выполняется неравенство $f'(x) \leq 0$, то функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке X».</p> <p>Тогда, проанализировав график, можем определить эти промежутки: $(-7,6;-1)$, $(8,2;15,7)$. Выделим целые точки, принадлежащие этим интервалам: $-7, -6, -5, -4, -3, -2, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$. Всего их 13.</p> <p>Ответ: 13</p>
3	<p>Дан график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10,5;19)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 4$ или совпадает с ней.</p> 	<p>Уравнение прямой имеет вид: $y = kx + b$, где k - это коэффициент наклона прямой к Ox. В заданном уравнении $y = 4$, $k = 0$, т. е. прямая параллельна Ox. Значит, искомые касательные должны быть параллельны Ox и $k = 0$. Таким свойством касательные обладают в точках экстремумов функции. Для заданной функции их четыре: две точки \max и две точки \min. Всего точек экстремумов 4.</p> <p>Ответ: 4.</p>
<p>Задачи на определение характеристик функции по графику ее производной</p>		
1	<p>Дан график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-11;23)$. Найдите точку на отрезке $[-6;2]$, в которой функция принимает наибольшее значение.</p>	<p>На отрезке $[-6;2]$ функция отрицательна, значит, функция не возростала (она либо убывала, либо проходила через стационарные точки). Значит, наибольшее значение функция принимает в точке</p>

		<p>$x = -6$.</p> <p>Ответ: -6.</p>
2	<p>Дан график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-11; 23)$. Найдите точку на отрезке $[3; 5]$, в которой функция принимает наименьшее значение.</p> 	<p>На отрезке $[3; 5]$ производная функции положительна, значит, функция только возрастала. Тогда наименьшее значение функция принимает в точке $x = 3$.</p> <p>Ответ: 3.</p>
3	<p>Дан график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-11; 23)$. Найдите количество точек экстремума функции, принадлежащих отрезку $[0; 20]$.</p>	<p>Согласно теореме 4 (об экстремуме функции): «Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке $x = x_0$, то в этой точке производная функции равна нулю». Таких точек, в которых производная равна нулю 5, это: $x = 2$, $x = 6$, $x = 10$, $x = 14$, $x = 18$. Но так как в точке $x = 14$ производная не сменила знак, то ее надо исключить.</p> <p>Ответ: 4.</p>



Задачи на геометрический смысл производной

1	<p>Прямая $y = 10x - 9$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 2x - 3$. Найдите абсциссу точки касания.</p> 	<p>Так как прямая $y = 10x - 9$ параллельна касательной, то они будут иметь одинаковый угол наклона к оси абсцисс, т. е. угловой коэффициент касательной как и у прямой равен 10.</p> <p>Но согласно геометрическому смыслу производной: угловой коэффициент касательной равен производной функции в точке касания.</p> <p>Найдем производную:</p> $y' = (x^2 + 2x - 3)' = 2x + 2.$ <p>Подставим в выражение для производной неизвестную абсциссу точки касания x_0 и составим уравнение:</p> $2x_0 + 2 = 10$ $2x_0 = 8$ $x_0 = 4$ <p>Ответ: 4.</p>
2	<p>Прямая $y = -5x + 8$ является касательной к графику функции $28x^2 + bx + 15$. Найдите b, считая, что абсцисса точки касания больше 0.</p>	<p>Так как известно, что прямая $y = -5x + 8$ является касательной, то ее угловой коэффициент можно найти как производную функции в точке касания. Но с другой стороны угловой коэффициент равен -5.</p>

		<p>Найдем производную:</p> $y' = (28x^2 + bx + 15)' = 56x + b$ <p>Для того чтобы найти точку касания приравняем найденное выражение производной к угловому коэффициенту прямой: $56x + b = -5$.</p> <p>Т. к. точка касания является общей точкой прямой и графика функции, то:</p> $28x^2 + bx + 15 = -5x + 8$ <p>Составим систему и решим ее:</p> $\begin{cases} 56x + b = -5, \\ 28x^2 + bx + 15 = -5x + 8. \end{cases}$ <p>Умножим первое уравнение на x и вычтем его из второго:</p> $28x^2 - 56x^2 + bx - bx + 15 = -5x + 5x + 8$ $-28x^2 + 7 = 0$ $x^2 = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ $x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}$ <p>По условию задачи известно, что абсцисса точки касания больше 0, поэтому корень $x = -\frac{1}{2}$ не подходит. Подставим $x = \frac{1}{2}$ в первое уравнение системы: $56 \cdot \frac{1}{2} + b = -5$</p> $b = -5 - 28 = -33$ <p>Ответ: -33.</p>
3	<p>Прямая $y = 3x + 8$ является касательной к графику функции $2x^2 - 5x + c$. Найдите c.</p>	<p>Найдем производную:</p> $y' = (2x^2 - 5x + c)' = 4x - 5.$ <p>Угловым коэффициентом прямой равен 3. Для того чтобы найти точку касания приравняем найденное выражение производной к угловому коэффициенту прямой.</p> $4x - 5 = 3$ $4x = 8$

		$x = 2$ Т. к. точка касания является общей точкой прямой и графика функции, то в равенство $3x + 8 = 2x^2 - 5x + c$ подставим 1: $3 \cdot 1 + 8 = 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + c$ $11 = -3 + c$ $c = 14$ Ответ: 14.
Задачи на физический смысл производной		
1	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 4t^2 - 15t + 10$, где x - расстояние в метрах, t - время в секундах. Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.	Найдем зависимость скорости от времени, для этого вычислим производную: $x'(t) = 8t - 15$. Для того чтобы найти скорость в момент времени t , необходимо подставить значение $t = 3$ с. в $x'(t)$. Получим: $x'(3) = 8 \cdot 3 - 15 = 9$. Ответ: 9.
2	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 2t + 5$, где x - расстояние в метрах, t - время в секундах. В какой момент времени (в секундах) ее скорость будет равна 3 м/с?	Найдем зависимость скорости от времени, для этого вычислим производную: $x'(t) = t^2 - 4t - 2$. По условию задачи известно, что скорость равна 3, т. е. $x'(t) = 3$. Составим уравнение: $t^2 - 4t - 2 = 3$. $t^2 - 4t - 5 = 0$ $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$ $t_1 = \frac{4 + 6}{2} = 5$ $t_2 = \frac{4 - 6}{2} = -1$ t_2 - не удовлетворяет условию задачи, т. к. время не может быть отрицательным. Ответ: 5.
3	Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 7t^3 + 7t^2 - 4$, где x - расстояние в метрах, t - время в секундах. Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 5$ с.	Найдем зависимость скорости от времени, для этого вычислим производную: $x'(t) = -4t^3 + 21t^2 + 14t$. Для того чтобы найти скорость в момент времени t , необходимо подставить значение $t = 5$ с. в $x'(t)$. Получим:

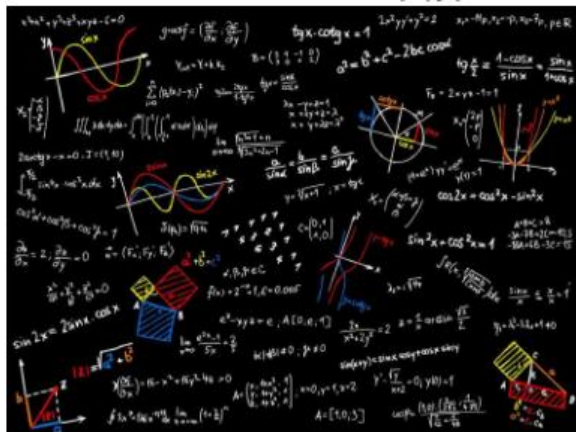
	$x'(5) = -4 \cdot (5)^3 + 21 \cdot (5)^2 + 14 \cdot 5 =$ $= -500 + 525 + 70 = 95$ <p>Ответ: 95.</p>
--	---

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Рисунок 1 – Электронный учебник «Производная и ее применение»

Производная и ее применение

Учебное пособие к элективному курсу



Учебное пособие предназначено для учащихся 10-11 классов.
В данном пособии представлен необходимый теоретический материал.
Целью данного пособия является углубить и систематизировать знания учащихся по теме «Производная».
[Перейти к содержанию учебника](#)
[Список использованной литературы](#)
Автор учебного пособия: Рычкова Е. Е.

Перечень вопросов

Производная и ее применение

Содержание

1. История возникновения производной
 2. Понятие производной. Правила дифференцирования
 3. Производная и ее применение в алгебре
 4. Производная и ее применение в физике
 5. Производная и ее применение в биологии и химии
 6. Производная и ее применение в географии
 7. Производная в прикладных задачах
 8. Производная высших порядков
 9. Производная в ЕГЭ
- [Список использованной литературы](#)
- [Итоговый тест](#)